

机密★启用前

## 2020 年天津市初中毕业生学业考试试卷

# 数 学

本试卷分为第 I 卷（选择题）、第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷为第 1 页至第 3 页，第 II 卷为第 4 页至第 8 页。试卷满分 120 分。考试时间 100 分钟。

答卷前，请你务必将自己的姓名、考生号、考点校、考场号、座位号填写在“答题卡”上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答题时，务必将答案涂写在“答题卡”上，答案答在试卷上无效。考试结束后，将本试卷和“答题卡”一并交回。

祝你考试顺利！

## 第 I 卷

注意事项：

1. 每题选出答案后，用 **2B** 铅笔把“答题卡”上对应题目的答案标号的信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号的信息点。

2. 本卷共 12 题，共 36 分。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

(1) 计算  $30 + (-20)$  的结果等于

(A) 10

(B) -10

(C) 50

(D) -50

(2)  $2\sin 45^\circ$  的值等于

(A) 1

(B)  $\sqrt{2}$

(C)  $\sqrt{3}$

(D) 2

数学试卷 第 1 页（共 8 页）

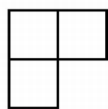
(3) 据 2020 年 6 月 24 日《天津日报》报道，6 月 23 日下午，第四届世界智能大会在天津开幕。本届大会采取“云上”办会的全新模式呈现，40 家直播网站及平台同时在线观看云开幕式暨主题峰会的总人数最高约为 58 600 000 人。将 58 600 000 用科学记数法表示应为

- (A)  $0.586 \times 10^8$  (B)  $5.86 \times 10^7$   
 (C)  $58.6 \times 10^6$  (D)  $586 \times 10^5$

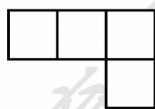
(4) 在一些美术字中，有的汉字是轴对称图形。下面 4 个汉字中，可以看作是轴对称图形的是



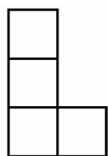
(5) 右图是一个由 5 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是



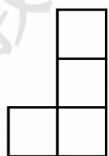
(A)



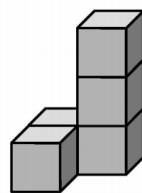
(B)



(C)



(D)



第 (5) 题

(6) 估计  $\sqrt{22}$  的值在

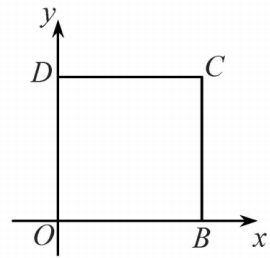
- (A) 3 和 4 之间 (B) 4 和 5 之间  
 (C) 5 和 6 之间 (D) 6 和 7 之间

(7) 方程组  $\begin{cases} 2x + y = 4, \\ x - y = -1 \end{cases}$  的解是

- (A)  $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x = -3, \\ y = -2 \end{cases}$   
 (C)  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 0 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x = 3, \\ y = -1 \end{cases}$

(8) 如图，四边形  $OBCD$  是正方形， $O$ ， $D$  两点的坐标分别是  $(0,0)$ ， $(0,6)$ ，点  $C$  在第一象限，则点  $C$  的坐标是

- (A)  $(6,3)$  (B)  $(3,6)$   
(C)  $(0,6)$  (D)  $(6,6)$



第(8)题

(9) 计算  $\frac{x}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2}$  的结果是

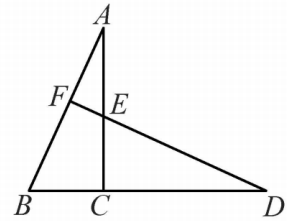
- (A)  $\frac{1}{x+1}$  (B)  $\frac{1}{(x+1)^2}$   
(C) 1 (D)  $x+1$

(10) 若点  $A(x_1, -5)$ ， $B(x_2, 2)$ ， $C(x_3, 5)$  都在反比例函数  $y = \frac{10}{x}$  的图象上，则  $x_1$ ， $x_2$ ， $x_3$  的大小关系是

- (A)  $x_1 < x_2 < x_3$  (B)  $x_2 < x_3 < x_1$   
(C)  $x_1 < x_3 < x_2$  (D)  $x_3 < x_1 < x_2$

(11) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转得到  $\triangle DEC$ ，使点  $B$  的对应点  $E$  恰好落在边  $AC$  上，点  $A$  的对应点为  $D$ ，延长  $DE$  交  $AB$  于点  $F$ ，则下列结论一定正确的是

- (A)  $AC = DE$  (B)  $BC = EF$   
(C)  $\angle AEF = \angle D$  (D)  $AB \perp DF$



第(11)题

(12) 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a$ ， $b$ ， $c$  是常数， $a \neq 0$ ， $c > 1$ ) 经过点  $(2,0)$ ，其对称轴是直线  $x = \frac{1}{2}$ 。有下列结论：

- ①  $abc > 0$ ；  
② 关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = a$  有两个不等的实数根；  
③  $a < -\frac{1}{2}$ 。

其中，正确结论的个数是

- (A) 0 (B) 1  
(C) 2 (D) 3

机密★启用前

2020 年天津市初中毕业生学业考试试卷

数 学

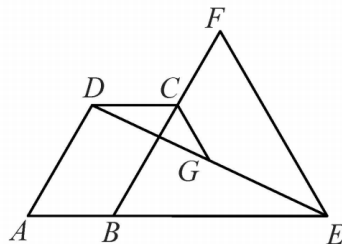
第 II 卷

注意事项:

1. 用黑色字迹的签字笔将答案写在“答题卡”上(作图可用 2B 铅笔)。
2. 本卷共 13 题, 共 84 分。

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

- (13) 计算  $x + 7x - 5x$  的结果等于\_\_\_\_\_.
- (14) 计算  $(\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1)$  的结果等于\_\_\_\_\_.
- (15) 不透明袋子中装有 8 个球, 其中有 3 个红球、5 个黑球, 这些球除颜色外无其他差别. 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是红球的概率是\_\_\_\_\_.
- (16) 将直线  $y = -2x$  向上平移 1 个单位长度, 平移后直线的解析式为\_\_\_\_\_.
- (17) 如图,  $\square ABCD$  的顶点  $C$  在等边  $\triangle BEF$  的边  $BF$  上, 点  $E$  在  $AB$  的延长线上,  $G$  为  $DE$  的中点, 连接  $CG$ . 若  $AD = 3$ ,  $AB = CF = 2$ , 则  $CG$  的长为\_\_\_\_\_.

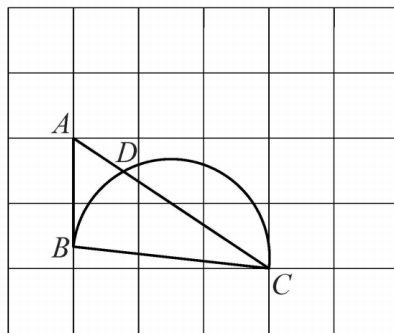


第 (17) 题

- (18) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中,  $\triangle ABC$  的顶点  $A, C$  均落在格点上, 点  $B$  在网格线上, 且  $AB = \frac{5}{3}$ .

(I) 线段  $AC$  的长等于\_\_\_\_\_;

(II) 以  $BC$  为直径的半圆与边  $AC$  相交于点  $D$ , 若  $P, Q$  分别为边  $AC, BC$  上的动点, 当  $BP + PQ$  取得最小值时, 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点  $P, Q$ , 并简要说明点  $P, Q$  的位置是如何找到的(不要求证明)\_\_\_\_\_.



第 (18) 题

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

(19)（本小题 8 分）

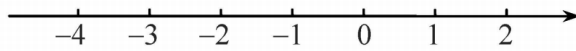
$$\text{解不等式组} \begin{cases} 3x \leq 2x + 1, & \text{①} \\ 2x + 5 \geq -1. & \text{②} \end{cases}$$

请结合题意填空，完成本题的解答.

(I) 解不等式①，得\_\_\_\_\_；

(II) 解不等式②，得\_\_\_\_\_；

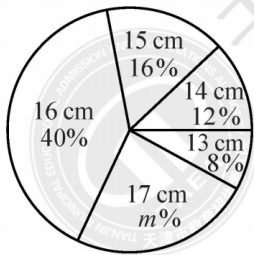
(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：



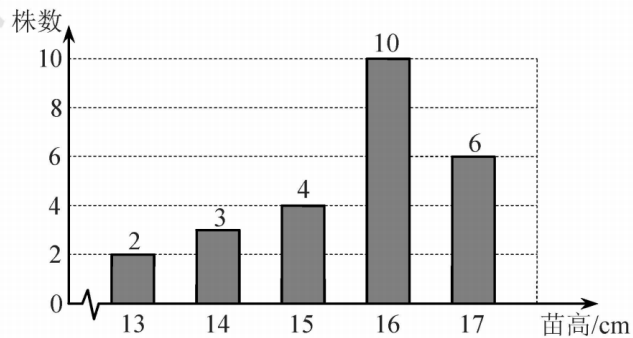
(IV) 原不等式组的解集为\_\_\_\_\_.

(20)（本小题 8 分）

农科院为了解某种小麦的长势，从中随机抽取了部分麦苗，对苗高（单位：cm）进行了测量. 根据统计的结果，绘制出如下的统计图①和图②.



图①



图②

第 (20) 题

请根据相关信息，解答下列问题：

(I) 本次抽取的麦苗的株数为\_\_\_\_\_，图①中  $m$  的值为\_\_\_\_\_；

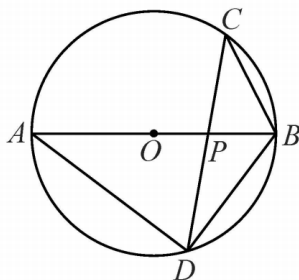
(II) 求统计的这组苗高数据的平均数、众数和中位数.

(21) (本小题 10 分)

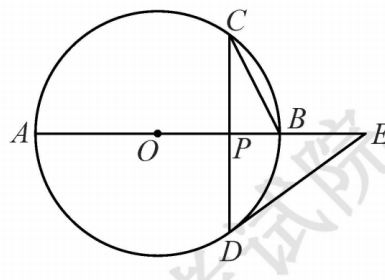
在 $\odot O$ 中, 弦 $CD$ 与直径 $AB$ 相交于点 $P$ ,  $\angle ABC = 63^\circ$ .

(I) 如图①, 若 $\angle APC = 100^\circ$ , 求 $\angle BAD$ 和 $\angle CDB$ 的大小;

(II) 如图②, 若 $CD \perp AB$ , 过点 $D$ 作 $\odot O$ 的切线, 与 $AB$ 的延长线相交于点 $E$ , 求 $\angle E$ 的大小.



图①



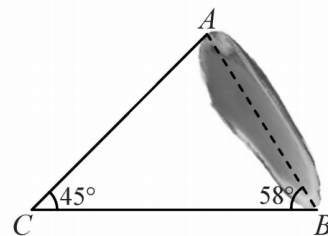
图②

第 (21) 题

(22) (本小题 10 分)

如图,  $A, B$  两点被池塘隔开, 在  $AB$  外选一点  $C$ , 连接  $AC, BC$ . 测得  $BC = 221$  m,  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  $\angle ABC = 58^\circ$ . 根据测得的数据, 求  $AB$  的长 (结果取整数).

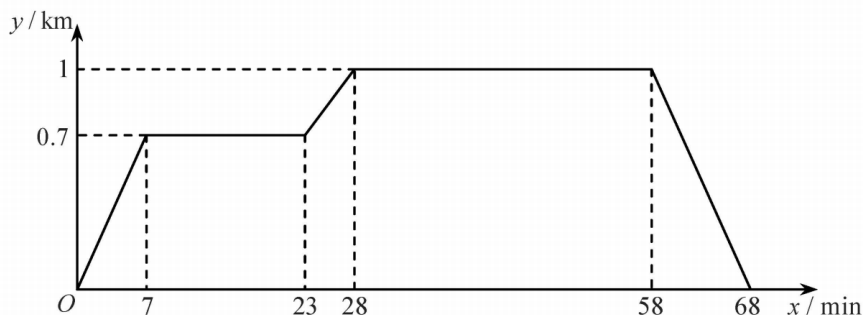
参考数据:  $\sin 58^\circ \approx 0.85$ ,  $\cos 58^\circ \approx 0.53$ ,  $\tan 58^\circ \approx 1.60$ .



第 (22) 题

(23) (本小题 10 分)

在“看图说故事”活动中，某学习小组结合图象设计了一个问题情境.



第 (23) 题

已知小亮所在学校的宿舍、食堂、图书馆依次在同一条直线上，食堂离宿舍 0.7 km，图书馆离宿舍 1 km. 周末，小亮从宿舍出发，匀速走了 7 min 到食堂；在食堂停留 16 min 吃早餐后，匀速走了 5 min 到图书馆；在图书馆停留 30 min 借书后，匀速走了 10 min 返回宿舍. 给出的图象反映了这个过程中小亮离宿舍的距离  $y$  km 与离开宿舍的时间  $x$  min 之间的对应关系.

请根据相关信息，解答下列问题：

(I) 填表：

离开宿舍的时间 / min	2	5	20	23	30
离宿舍的距离 / km	0.2		0.7		

(II) 填空：

- ① 食堂到图书馆的距离为 \_\_\_\_\_ km；
- ② 小亮从食堂到图书馆的速度为 \_\_\_\_\_ km/min；
- ③ 小亮从图书馆返回宿舍的速度为 \_\_\_\_\_ km/min；
- ④ 当小亮离宿舍的距离为 0.6 km 时，他离开宿舍的时间为 \_\_\_\_\_ min.

(III) 当  $0 \leq x \leq 28$  时，请直接写出  $y$  关于  $x$  的函数解析式.

(24) (本小题 10 分)

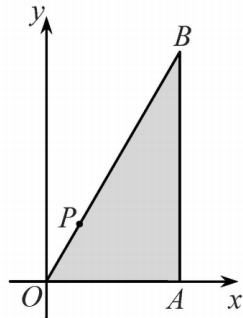
将一个直角三角形纸片  $OAB$  放置在平面直角坐标系中, 点  $O(0,0)$ , 点  $A(2,0)$ , 点  $B$  在第一象限,  $\angle OAB=90^\circ$ ,  $\angle B=30^\circ$ , 点  $P$  在边  $OB$  上 (点  $P$  不与点  $O, B$  重合).

(I) 如图①, 当  $OP=1$  时, 求点  $P$  的坐标;

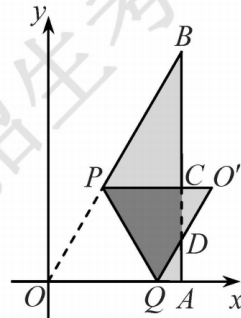
(II) 折叠该纸片, 使折痕所在的直线经过点  $P$ , 并与  $x$  轴的正半轴相交于点  $Q$ , 且  $OQ=OP$ , 点  $O$  的对应点为  $O'$ , 设  $OP=t$ .

① 如图②, 若折叠后  $\triangle O'PQ$  与  $\triangle OAB$  重叠部分为四边形,  $O'P, O'Q$  分别与边  $AB$  相交于点  $C, D$ , 试用含有  $t$  的式子表示  $O'D$  的长, 并直接写出  $t$  的取值范围;

② 若折叠后  $\triangle O'PQ$  与  $\triangle OAB$  重叠部分的面积为  $S$ , 当  $1 \leq t \leq 3$  时, 求  $S$  的取值范围 (直接写出结果即可).



图①



图②

第 (24) 题

(25) (本小题 10 分)

已知点  $A(1,0)$  是抛物线  $y=ax^2+bx+m$  ( $a, b, m$  为常数,  $a \neq 0, m < 0$ ) 与  $x$  轴的一个交点.

(I) 当  $a=1, m=-3$  时, 求该抛物线的顶点坐标;

(II) 若抛物线与  $x$  轴的另一个交点为  $M(m,0)$ , 与  $y$  轴的交点为  $C$ , 过点  $C$  作直线  $l$  平行于  $x$  轴,  $E$  是直线  $l$  上的动点,  $F$  是  $y$  轴上的动点,  $EF=2\sqrt{2}$ .

① 当点  $E$  落在抛物线上 (不与点  $C$  重合), 且  $AE=EF$  时, 求点  $F$  的坐标;

② 取  $EF$  的中点  $N$ , 当  $m$  为何值时,  $MN$  的最小值是  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ?



2020 年天津市初中毕业生学业考试

数学参考答案

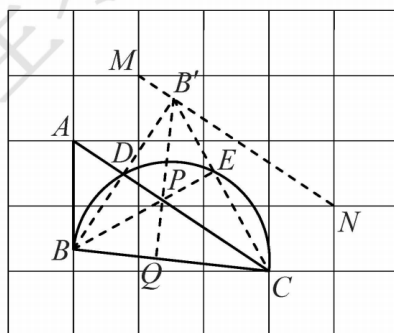
一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

- (1) A      (2) B      (3) B      (4) C      (5) D      (6) B  
 (7) A      (8) D      (9) A      (10) C      (11) D      (12) C

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

- (13)  $3x$       (14) 6      (15)  $\frac{3}{8}$       (16)  $y = -2x + 1$       (17)  $\frac{3}{2}$

(18) (I)  $\sqrt{13}$ ; (II) 如图，取格点  $M, N$ ，连接  $MN$ ，连接  $BD$  并延长，与  $MN$  相交于点  $B'$ ；连接  $B'C$ ，与半圆相交于点  $E$ ，连接  $BE$ ，与  $AC$  相交于点  $P$ ，连接  $B'P$  并延长，与  $BC$  相交于点  $Q$ ，则点  $P, Q$  即为所求。

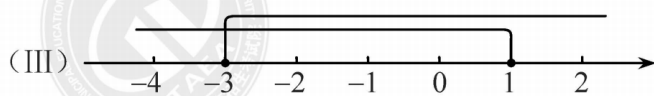


三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

(19) (本小题 8 分)

解：(I)  $x \leq 1$ ;

(II)  $x \geq -3$ ;



(IV)  $-3 \leq x \leq 1$ .

(20) (本小题 8 分)

解：(I) 25, 24.

(II) 观察条形统计图，

$$\therefore \bar{x} = \frac{13 \times 2 + 14 \times 3 + 15 \times 4 + 16 \times 10 + 17 \times 6}{2 + 3 + 4 + 10 + 6} = 15.6,$$

$\therefore$  这组数据的平均数是 15.6.

- ∴ 在这组数据中，16 出现了 10 次，出现的次数最多，
- ∴ 这组数据的众数为 16.
- ∴ 将这组数据按从小到大的顺序排列，其中处于中间位置的数是 16，
- ∴ 这组数据的中位数为 16.

(21) (本小题 10 分)

解: (I) ∵  $\angle APC$  是  $\triangle PBC$  的一个外角,  $\angle ABC = 63^\circ$ ,  $\angle APC = 100^\circ$ ,

$$\therefore \angle C = \angle APC - \angle PBC = 37^\circ.$$

∴ 在  $\odot O$  中,  $\angle BAD = \angle C$ ,

$$\therefore \angle BAD = 37^\circ.$$

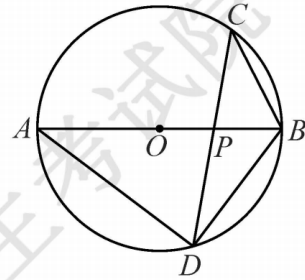
∴  $AB$  为  $\odot O$  的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ.$$

∴ 在  $\odot O$  中,  $\angle ADC = \angle ABC = 63^\circ$ ,

又  $\angle CDB = \angle ADB - \angle ADC$ ,

$$\therefore \angle CDB = 27^\circ.$$



(II) 如图, 连接  $OD$ .

∴  $CD \perp AB$ ,

$$\therefore \angle CPB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle PCB = 90^\circ - \angle PBC = 27^\circ.$$

∴ 在  $\odot O$  中,  $\angle BOD = 2\angle BCD$ ,

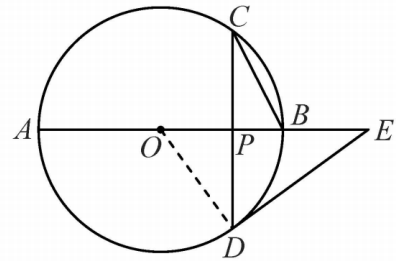
$$\therefore \angle BOD = 54^\circ.$$

∴  $DE$  是  $\odot O$  的切线,

∴  $OD \perp DE$ . 即  $\angle ODE = 90^\circ$ .

$$\therefore \angle E = 90^\circ - \angle EOD.$$

$$\therefore \angle E = 36^\circ.$$



(22) (本小题 10 分)

解: 如图, 过点  $A$  作  $AH \perp CB$ , 垂足为  $H$ .

根据题意,  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  $\angle ABC = 58^\circ$ ,  $BC = 221$ .

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle CAH \text{ 中, } \tan \angle ACH = \frac{AH}{CH},$$

$$\therefore CH = \frac{AH}{\tan 45^\circ} = AH.$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle BAH \text{ 中, } \tan \angle ABH = \frac{AH}{BH}, \sin \angle ABH = \frac{AH}{AB},$$

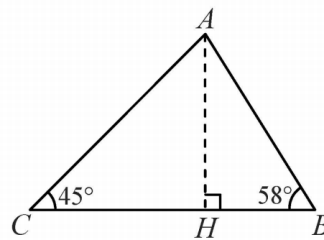
$$\therefore BH = \frac{AH}{\tan 58^\circ}, AB = \frac{AH}{\sin 58^\circ}.$$

又  $CB = CH + BH$ ,

$$\therefore 221 = AH + \frac{AH}{\tan 58^\circ}. \text{ 可得 } AH = \frac{221 \times \tan 58^\circ}{1 + \tan 58^\circ}.$$

$$\therefore AB = \frac{221 \times \tan 58^\circ}{(1 + \tan 58^\circ) \cdot \sin 58^\circ} \approx \frac{221 \times 1.60}{(1 + 1.60) \times 0.85} = 160.$$

答:  $AB$  的长约为 160 m.



(23) (本小题 10 分)

解: (I) 0.5, 0.7, 1.

(II) ① 0.3; ② 0.06; ③ 0.1; ④ 6 或 62.

(III) 当  $0 \leq x \leq 7$  时,  $y = 0.1x$ ;

当  $7 < x \leq 23$  时,  $y = 0.7$ ;

当  $23 < x \leq 28$  时,  $y = 0.06x - 0.68$ .

(24) (本小题 10 分)

解: (I) 如图, 过点  $P$  作  $PH \perp x$  轴, 垂足为  $H$ , 则  $\angle OHP = 90^\circ$ .

$$\therefore \angle OAB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

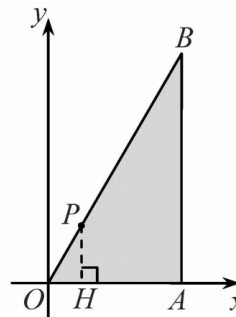
$$\therefore \angle BOA = 90^\circ - \angle B = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle OPH = 90^\circ - \angle POH = 30^\circ.$$

在  $\text{Rt}\triangle OHP$  中,  $OP = 1$ ,

$$\therefore OH = \frac{1}{2}OP = \frac{1}{2}, HP = \sqrt{OP^2 - OH^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$



(II) ① 由折叠知,  $\triangle O'PQ \cong \triangle OPQ$ ,

$$\therefore O'P = OP, O'Q = OQ.$$

$$\text{又 } OQ = OP = t,$$

$$\therefore O'P = OP = OQ = O'Q = t.$$

$\therefore$  四边形  $OQO'P$  为菱形.

$\therefore QO' \parallel OB$ . 可得  $\angle ADQ = \angle B = 30^\circ$ .

$$\therefore \text{点 } A(2, 0),$$

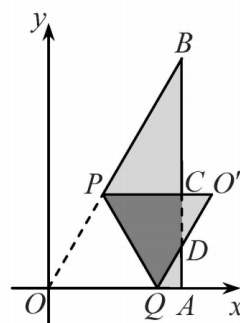
$$\therefore OA = 2. \text{ 有 } QA = OA - OQ = 2 - t.$$

在  $\text{Rt}\triangle QAD$  中,  $QD = 2QA = 4 - 2t$ .

$$\therefore O'D = O'Q - QD,$$

$$\therefore O'D = 3t - 4, \text{ 其中 } t \text{ 的取值范围是 } \frac{4}{3} < t < 2.$$

$$\textcircled{2} \frac{\sqrt{3}}{8} \leq S \leq \frac{4\sqrt{3}}{7}.$$



(25) (本小题 10 分)

解: (I) 当  $a=1, m=-3$  时, 抛物线的解析式为  $y = x^2 + bx - 3$ .

$\therefore$  抛物线经过点  $A(1, 0)$ ,

$$\therefore 0 = 1 + b - 3. \text{ 解得 } b = 2.$$

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y = x^2 + 2x - 3$ .

$$\therefore y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4,$$

$\therefore$  抛物线的顶点坐标为  $(-1, -4)$ .

(II) ①  $\therefore$  抛物线  $y = ax^2 + bx + m$  经过点  $A(1, 0)$  和  $M(m, 0)$ ,  $m < 0$ ,

$$\therefore 0 = a + b + m,$$

$$0 = am^2 + bm + m, \text{ 即 } am + b + 1 = 0.$$

$$\therefore a = 1, b = -m - 1.$$

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y = x^2 - (m+1)x + m$ .

根据题意，得点  $C(0, m)$ ，点  $E(m+1, m)$ 。

过点  $A$  作  $AH \perp l$  于点  $H$ 。

由点  $A(1, 0)$ ，得点  $H(1, m)$ 。

在  $\text{Rt}\triangle EAH$  中， $EH = 1 - (m+1) = -m$ ， $HA = 0 - m = -m$ ，

$$\therefore AE = \sqrt{EH^2 + HA^2} = -\sqrt{2}m.$$

$$\because AE = EF = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore -\sqrt{2}m = 2\sqrt{2}. \text{ 解得 } m = -2.$$

此时，点  $E(-1, -2)$ ，点  $C(0, -2)$ ，有  $EC = 1$ 。

$\because$  点  $F$  在  $y$  轴上，

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle EFC \text{ 中, } CF = \sqrt{EF^2 - EC^2} = \sqrt{7}.$$

$\therefore$  点  $F$  的坐标为  $(0, -2 - \sqrt{7})$  或  $(0, -2 + \sqrt{7})$ 。

$$\textcircled{2} \text{ 由 } N \text{ 是 } EF \text{ 的中点, 得 } CN = \frac{1}{2}EF = \sqrt{2}.$$

根据题意，点  $N$  在以点  $C$  为圆心、 $\sqrt{2}$  为半径的圆上。

由点  $M(m, 0)$ ，点  $C(0, m)$ ，得  $MO = -m$ ， $CO = -m$ 。

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle MCO \text{ 中, } MC = \sqrt{MO^2 + CO^2} = -\sqrt{2}m.$$

当  $MC \geq \sqrt{2}$ ，即  $m \leq -1$  时，满足条件的点  $N$  落在线段  $MC$  上，

$$MN \text{ 的最小值为 } MC - NC = -\sqrt{2}m - \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 解得 } m = -\frac{3}{2};$$

当  $MC < \sqrt{2}$ ，即  $-1 < m < 0$  时，满足条件的点  $N$  落在线段  $CM$  的延长线上，

$$MN \text{ 的最小值为 } NC - MC = \sqrt{2} - (-\sqrt{2}m) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 解得 } m = -\frac{1}{2}.$$

$\therefore$  当  $m$  的值为  $-\frac{3}{2}$  或  $-\frac{1}{2}$  时， $MN$  的最小值是  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。