

2018年天津市中考数学试卷（教师版）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3分) 计算 $(-3)^2$ 的结果等于 ()

- A. 5 B. -5 C. 9 D. -9

【考点】1E：有理数的乘方.

【分析】根据有理数的乘方法则求出即可.

【解答】解： $(-3)^2=9$,

故选：C.

【点评】本题考查了有理数的乘方法则，能灵活运用法则进行计算是解此题的关键.

2. (3分) $\cos 30^\circ$ 的值等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{3}$

【考点】T5：特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角的三角函数值直接解答即可.

【解答】解： $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：B.

【点评】此题考查了特殊角的三角函数值，是需要识记的内容.

3. (3分) 今年“五一”假期，我市某主题公园共接待游客 77800 人次，将 77800 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.778×10^5 B. 7.78×10^4 C. 77.8×10^3 D. 778×10^2

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $77800=7.78 \times 10^4$,

故选：B.

【考点】2B：估算无理数的大小．

【分析】先估算出 的范围，再得出选项即可．

【解答】解：8 9，

即 在 8 到 9 之间，

故选：D．

【点评】本题考查了估算无理数的大小，能估算出 的范围是解此题的关键．

7. (3分) 计算 的结果为 ()

A. 1 B. 3 C. D.

【考点】6B：分式的加减法．

【分析】原式利用同分母分式的减法法则计算即可求出值．

【解答】解：原式 ，

故选：C．

【点评】此题考查了分式的加减法，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

8. (3分) 方程组 的解是 ()

A. B. C. D.

【考点】98：解二元一次方程组．

【分析】方程组利用加减消元法求出解即可．

【解答】解： ，

② - ①得：x=6，

把 x=6 代入①得：y=4，

则方程组的解为 ，

故选：A．

【点评】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法．

9. (3分) 若点 $A(x_1, -6)$, $B(x_2, -2)$, $C(x_3, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 则 x_1, x_2, x_3 的大小关系是 ()

- A. $x_1 < x_2 < x_3$ B. $x_2 < x_1 < x_3$ C. $x_2 < x_3 < x_1$ D. $x_3 < x_2 < x_1$

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 根据反比例函数图象上点的坐标特征, 将 A, B, C 三点的坐标代入反比例函数

的解析式 $y = \frac{k}{x}$, 分别求得 x_1, x_2, x_3 的值, 然后再来比较它们的大小.

【解答】 解: \because 点 $A(x_1, -6)$, $B(x_2, -2)$, $C(x_3, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore x_1 = -2, x_2 = -6, x_3 = 6;$$

$$\text{又} \because -6 < -2 < 6,$$

$$\therefore x_2 < x_1 < x_3;$$

故选: B.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征. 经过反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的某点一定在该函数的图象上.

10. (3分) 如图, 将一个三角形纸片 ABC 沿过点 B 的直线折叠, 使点 C 落在 AB 边上的点 E 处, 折痕为 BD , 则下列结论一定正确的是 ()

- A. $AD=BD$ B. $AE=AC$ C. $ED+EB=DB$ D. $AE+CB=AB$

【考点】PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 先根据图形翻折变换的性质得出 $BE=BC$, 根据线段的和差, 可得 $AE+BE=AB$, 根据等量代换, 可得答案.

【解答】 解: $\because \triangle BDE$ 由 $\triangle BDC$ 翻折而成,

$$\therefore BE=BC.$$

$$\therefore AE+BE=AB,$$

$$\therefore AE+CB=AB,$$

故 D 正确,

故选: D .

【点评】 本题考查的是翻折变换, 熟知图形翻折不变性的性质是解答此题的关键.

11. (3分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 AD, BC 的中点, P 为对角线 BD 上的一个动点, 则下列线段的长等于 $AP+EP$ 最小值的是 ()

A. AB

B. DE

C. BD

D. AF

【考点】 LE: 正方形的性质; PA: 轴对称-最短路线问题.

【分析】 连接 CP , 当点 E, P, C 在同一直线上时, $AP+PE$ 的最小值为 CE 长, 依据 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$, 即可得到 $AP+EP$ 最小值等于线段 AF 的长.

【解答】 解: 如图, 连接 CP ,

由 $AD=CD$, $\angle ADP=\angle CDP=45^\circ$, $DP=DP$, 可得 $\triangle ADP \cong \triangle CDP$,

$$\therefore AP=CP,$$

$$\therefore AP+PE=CP+PE,$$

\therefore 当点 E, P, C 在同一直线上时, $AP+PE$ 的最小值为 CE 长,

此时, 由 $AB=CD$, $\angle ABF=\angle CDE$, $BF=DE$, 可得 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$,

$$\therefore AF=CE,$$

$\therefore AP+EP$ 最小值等于线段 AF 的长,

故选: D .

【点评】 本题考查的是轴对称, 最短路线问题, 根据题意作出 A 关于 BD 的对称点 C 是

解答此题的关键.

12. (3分) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 经过点 $(-1, 0)$, $(0, 3)$, 其对称轴在 y 轴右侧. 有下列结论:

- ① 抛物线经过点 $(1, 0)$;
- ② 方程 $ax^2+bx+c=2$ 有两个不相等的实数根;
- ③ $-3 < a+b < 3$

其中, 正确结论的个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【考点】 H3: 二次函数的性质; H5: 二次函数图象上点的坐标特征; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 ① 由抛物线过点 $(-1, 0)$, 对称轴在 y 轴右侧, 即可得出当 $x=1$ 时 $y > 0$, 结论①错误;

② 过点 $(0, 2)$ 作 x 轴的平行线, 由该直线与抛物线有两个交点, 可得出方程 $ax^2+bx+c=2$ 有两个不相等的实数根, 结论②正确;

③ 由当 $x=1$ 时 $y > 0$, 可得出 $a+b > -c$, 由抛物线与 y 轴交于点 $(0, 3)$ 可得出 $c=3$, 进而即可得出 $a+b > -3$, 由抛物线过点 $(-1, 0)$ 可得出 $a+b=2a+c$, 结合 $a < 0$, $c=3$ 可得出 $a+b < 3$, 综上可得出 $-3 < a+b < 3$, 结论③正确. 此题得解.

【解答】 解: ① \because 抛物线过点 $(-1, 0)$, 对称轴在 y 轴右侧,

\therefore 当 $x=1$ 时 $y > 0$, 结论①错误;

② 过点 $(0, 2)$ 作 x 轴的平行线, 如图所示.

\because 该直线与抛物线有两个交点,

\therefore 方程 $ax^2+bx+c=2$ 有两个不相等的实数根, 结论②正确;

③ \because 当 $x=1$ 时 $y=a+b+c > 0$,

$\therefore a+b > -c$.

\because 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 经过点 $(0, 3)$,

$\therefore c=3$,

$\therefore a+b > -3$.

\because 当 $x=-1$ 时, $y=0$, 即 $a-b+c=0$,

$\therefore b=a+c$,

$\therefore a+b=2a+c$.

∵抛物线开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore a + b < c = 3,$$

∴ $-3 < a + b < 3$ ，结论③正确.

故选：C.

【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点、二次函数的性质以及二次函数图象上点的坐标特征，逐一分析三条结论的正误是解题的关键.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. (3分) 计算 $2x^4 \cdot x^3$ 的结果等于 $2x^7$.

【考点】 49: 单项式乘单项式.

【分析】 单项式与单项式相乘，把他们的系数，相同字母分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式. 依此即可求解.

【解答】 解： $2x^4 \cdot x^3 = 2x^7$.

故答案为： $2x^7$.

【点评】 考查了单项式乘单项式，注意：①在计算时，应先进行符号运算，积的系数等于各因式系数的积；②注意按顺序运算；③不要丢掉只在一个单项式里含有的字母因式；④此性质对于多个单项式相乘仍然成立.

14. (3分) 计算 $(\quad)(\quad)$ 的结果等于 3.

【考点】 79: 二次根式的混合运算.

【分析】 利用平方差公式计算即可.

【解答】 解： $(\quad)(\quad)$

$$= (\quad)^2 - (\quad)^2$$

$$= 6 - 3$$

$$= 3,$$

故答案为：3.

【点评】本题考查的是二次根式的乘法，掌握平方差公式是解题的关键.

15. (3分) 不透明袋子中装有 11 个球，其中有 6 个红球，3 个黄球，2 个绿球，这些球除

颜色外无其他差别. 从袋子中随机取出 1 个球，则它是红球的概率是__ _.

【考点】X4：概率公式.

【分析】根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率.

【解答】解： \because 袋子中共有 11 个小球，其中红球有 6 个，

\therefore 摸出一个球是红球的概率是 $\frac{6}{11}$ ，

故答案为： $\frac{6}{11}$.

【点评】此题主要考查了概率的求法，如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

16. (3分) 将直线 $y=x$ 向上平移 2 个单位长度，平移后直线的解析式为 $y=x+2$.

【考点】F9：一次函数图象与几何变换.

【分析】直接根据“上加下减，左加右减”的平移规律求解即可.

【解答】解：将直线 $y=2x$ 直线 $y=x$ 向上平移 2 个单位长度，平移后直线的解析式为 $y=x+2$.

故答案为： $y=x+2$.

【点评】本题考查图形的平移变换和函数解析式之间的关系，在平面直角坐标系中，平移后解析式有这样一个规律“左加右减，上加下减”.

17. (3分) 如图，在边长为 4 的等边 $\triangle ABC$ 中， D, E 分别为 AB, BC 的中点， $EF \perp AC$ 于

点 F, G 为 EF 的中点，连接 DG ，则 DG 的长为__ _.

【考点】KK：等边三角形的性质；KO：含 30 度角的直角三角形；KQ：勾股定理；KX：三角形中位线定理。

【分析】直接利用三角形中位线定理进而得出 $DE=2$ ，且 $DE \parallel AC$ ，再利用勾股定理以及直角三角形的性质得出 EG 以及 DG 的长。

【解答】解：连接 DE ，

\because 在边长为 4 的等边 $\triangle ABC$ 中， D ， E 分别为 AB ， BC 的中点，

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DE=2$ ，且 $DE \parallel AC$ ， $BD=BE=EC=2$ ，

$\because EF \perp AC$ 于点 F ， $\angle C=60^\circ$ ，

$\therefore \angle FEC=30^\circ$ ， $\angle DEF=\angle EFC=90^\circ$ ，

$\therefore FC=EC=1$ ，

故 $EF=$ ，

$\because G$ 为 EF 的中点，

$\therefore EG=$ ，

$\therefore DG=$ 。

故答案为： 。

【点评】此题主要考查了勾股定理以及等边三角形的性质和三角形中位线定理，正确得

出 EG 的长是解题关键.

18. (3分) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 均在格点上,

(I) $\angle ACB$ 的大小为 90 (度);

(II) 在如图所示的网格中, P 是 BC 边上任意一点, 以 A 为中心, 取旋转角等于 $\angle BAC$, 把点 P 逆时针旋转, 点 P 的对应点为 P' , 当 CP' 最短时, 请用无刻度的直尺, 画出点 P' , 并简要说明点 P' 的位置是如何找到的 (不要求证明) 如图, 取格点 D, E , 连接 DE 交 AB 于点 T ; 取格点 M, N , 连接 MN 交 BC 延长线于点 G ; 取格点 F , 连接 FG 交 TC 延长线于点 P' , 则点 P' 即为所求.

【考点】R8: 作图-旋转变换.

【分析】(I) 根据勾股定理可求 AB, AC, BC 的长, 再根据勾股定理的逆定理可求 $\angle ACB$ 的大小;

(II) 通过将点 B 以 A 为中心, 取旋转角等于 $\angle BAC$ 旋转, 找到线段 BC 旋转后所得直线 FG , 只需找到点 C 到 FG 的垂足即为 P'

【解答】解: (1) 由网格图可知

AC

BC

AB

$$\because AC^2 + BC^2 = AB^2$$

\therefore 由勾股定理逆定理, $\triangle ABC$ 为直角三角形.

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ$$

故答案为: 90°

(II) 作图过程如下:

取格点 D, E , 连接 DE 交 AB 于点 T ; 取格点 M, N , 连接 MN 交 BC 延长线于点 G ; 取格点 F , 连接 FG 交 TC 延长线于点 P' , 则点 P' 即为所求

证明: 连 CF

$\because AC, CF$ 为正方形网格对角线

$\therefore A, C, F$ 共线

$\therefore AF = 5 AB$

由图形可知: $GC = 4$, $CF = 2$,

$\therefore AC = 2, BC = 1$

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle GCF$

$\therefore \angle GFC = \angle B$

$\therefore AF = 5 AB$

\therefore 当 BC 边绕点 A 逆时针旋转 $\angle CAB$ 时, 点 B 与点 F 重合, 点 C 在射线 FG 上.

由作图可知 T 为 AB 中点

$\therefore \angle TCA = \angle TAC$

$\therefore \angle F + \angle P' CF = \angle B + \angle TCA = \angle B + \angle TAC = 90^\circ$

$\therefore CP' \perp GF$

此时, CP' 最短

故答案为: 如图, 取格点 D, E , 连接 DE 交 AB 于点 T ; 取格点 M, N , 连接 MN 交 BC 延长线于点 G ; 取格点 F , 连接 FG 交 TC 延长线于点 P' , 则点 P' 即为所求

【点评】 本题考查了直角三角形的证明、图形的旋转、三角形相似和最短距离的证明. 解

题的关键在于找到并证明线段 BC 旋转后所在的位置.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

19. (8 分) 解不等式组

请结合题意填空, 完成本题的解答.

(I) 解不等式①, 得 $x \geq -2$;

(II) 解不等式②, 得 $x \leq 1$;

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来;

(IV) 原不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq 1$.

【考点】 C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组.

【分析】 先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出它们的公共部分, 然后把不等式的解集表示在数轴上即可.

【解答】 解:

(I) 解不等式①, 得 $x \geq -2$;

(II) 解不等式②, 得 $x \leq 1$;

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来为:

(IV) 原不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq 1$.

故答案为: $x \geq -2$, $x \leq 1$, $-2 \leq x \leq 1$.

【点评】 此题考查了解一元一次不等式, 其步骤为: 去分母, 去括号, 移项合并, 将未知数系数化为 1, 求出解集.

20. (8 分) 某养鸡场有 2500 只鸡准备对外出售, 从中随机抽取了一部分鸡, 根据它们的质量 (单位: kg), 绘制出如下的统计图①和图②. 请根据相关信息, 解答下列问题:

(I) 图①中 m 的值为 28；

(II) 求统计的这组数据的平均数、众数和中位数；

(III) 根据样本数据，估计这 2500 只鸡中，质量为 2.0kg 的约有多少只？

【考点】 V5：用样本估计总体； VC：条形统计图； W2：加权平均数； W4：中位数； W5：众数.

【分析】 (I) 根据各种质量的百分比之和为 1 可得 m 的值；

(II) 根据众数、中位数、加权平均数的定义计算即可；

(III) 将样本中质量为 2.0kg 数量所占比例乘以总数量 2500 即可.

【解答】 解：(I) 图①中 m 的值为 $100 - (32+8+10+22) = 28$,

故答案为：28；

(II) 这组数据的平均数为

1.52 (kg),

众数为 1.8kg, 中位数为 1.5 (kg);

(III) 估计这 2500 只鸡中，质量为 2.0kg 的约有 2500 200 只.

【点评】 此题主要考查了平均数、众数、中位数的统计意义以及利用样本估计总体等知识. 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数；众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个；平均数是指在—组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

21. (10分) 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 CD 与 AB 相交， $\angle BAC = 38^\circ$ ，

(I) 如图①, 若 D 为 AC 的中点, 求 $\angle ABC$ 和 $\angle ABD$ 的大小;

(II) 如图②, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 与 AB 的延长线交于点 P , 若 $DP \parallel AC$, 求 $\angle OCD$ 的大小.

【考点】 M5: 圆周角定理; MC: 切线的性质.

【分析】 (I) 根据圆周角和圆心角的关系和图形可以求得 $\angle ABC$ 和 $\angle ABD$ 的大小;

(II) 根据题意和平行线的性质、切线的性质可以求得 $\angle OCD$ 的大小.

【解答】 解: (I) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 与 AB 相交, $\angle BAC=38^\circ$,

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle ACB-\angle BAC=90^\circ-38^\circ=52^\circ,$$

$$\because D \text{ 为 } AC \text{ 的中点, } \angle AOB=180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD=45^\circ;$$

(II) 连接 OD ,

$$\because DP \text{ 切 } \odot O \text{ 于点 } D,$$

$$\therefore OD \perp DP, \text{ 即 } \angle ODP=90^\circ,$$

由 $DP \parallel AC$, 又 $\angle BAC=38^\circ$,

$$\therefore \angle P=\angle BAC=38^\circ,$$

$\because \angle AOD$ 是 $\triangle ODP$ 的一个外角,

$$\therefore \angle AOD=\angle P+\angle ODP=128^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD=64^\circ,$$

$$\because OC=OA, \angle BAC=38^\circ,$$

$$\therefore \angle OCA=\angle BAC=38^\circ,$$

$$\therefore \angle OCD=\angle ACD-\angle OCA=64^\circ-38^\circ=26^\circ.$$

【点评】 本题考查切线的性质、圆周角定理，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

22. (10分) 如图，甲、乙两座建筑物的水平距离 BC 为 $78m$ ，从甲的顶部 A 处测得乙的顶部 D 处的俯角为 48° ，测得底部 C 处的俯角为 58° ，求甲、乙建筑物的高度 AB 和 DC (结果取整数). 参考数据： $\tan 48^\circ \approx 1.11$ ， $\tan 58^\circ \approx 1.60$.

【考点】 TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题.

【分析】 首先分析图形：根据题意构造直角三角形；本题涉及两个直角三角形，应用其公共边构造关系式，进而可求出答案.

【解答】 解：如图作 $AE \perp CD$ 交 CD 的延长线于 E . 则四边形 $ABCE$ 是矩形，

$$\therefore AE = BC = 78, AB = CE,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACE \text{ 中, } EC = AE \cdot \tan 58^\circ \approx 125 \text{ (m)}$$

$$\text{在 Rt}\triangle AED \text{ 中, } DE = AE \cdot \tan 48^\circ,$$

$$\therefore CD = EC - DE = AE \cdot \tan 58^\circ - AE \cdot \tan 48^\circ = 78 \times 1.6 - 78 \times 1.11 \approx 38 \text{ (m)},$$

答：甲、乙建筑物的高度 AB 约为 $125m$ ， DC 约为 $38m$.

【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用，首先构造直角三角形，再借助角边关系、三角函数的定义解题。

23. (10分) 某游泳馆每年夏季推出两种游泳付费方式，方式一：先购买会员证，每张会员证 100 元，只限本人当年使用，凭证游泳每次再付费 5 元；方式二：不购买会员证，每次游泳付费 9 元。

设小明计划今年夏季游泳次数为 x (x 为正整数)。

(I) 根据题意，填写下表：

游泳次数	10	15	20	...	x
方式一的总费用(元)	150	175	<u>200</u>	...	<u>$100+5x$</u>
方式二的总费用(元)	90	135	<u>180</u>	...	<u>$9x$</u>

(II) 若小明计划今年夏季游泳的总费用为 270 元，选择哪种付费方式，他游泳的次数比较多？

(III) 当 $x > 20$ 时，小明选择哪种付费方式更合算？并说明理由。

【考点】 32：列代数式；8A：一元一次方程的应用；FH：一次函数的应用。

【分析】 (I) 根据题意可以将表格中空缺的部分补充完整；

(II) 根据题意可以求得当费用为 270 元时，两种方式下的游泳次数；

(III) 根据题意可以计算出 x 在什么范围内，哪种付费更合算。

【解答】 解：(I) 当 $x=20$ 时，方式一的总费用为： $100+20 \times 5=200$ ，方式二的费用为： $20 \times 9=180$ ，

当游泳次数为 x 时，方式一费用为： $100+5x$ ，方式二的费用为： $9x$ ，

故答案为： $200, 100+5x, 180, 9x$ ；

(II) 方式一，令 $100+5x=270$ ，解得： $x=34$ ，

方式二、令 $9x=270$ ，解得： $x=30$ ；

$\because 34 > 30$ ，

\therefore 选择方式一付费方式，他游泳的次数比较多；

(III) 令 $100+5x < 9x$ ，得 $x > 25$ ，

令 $100+5x = 9x$ ，得 $x = 25$ ，

令 $100+5x > 9x$ ，得 $x < 25$ ，

\therefore 当 $20 < x < 25$ 时，小明选择方式二的付费方式，

当 $x = 25$ 时，小明选择两种付费方式一样，

但 $x > 25$ 时，小明选择方式一的付费方式。

【点评】 本题考查一次函数的应用、列代数式、一元一次方程的应用，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用一次函数的性质解答。

24. (10分) 在平面直角坐标系中，四边形 $AOBC$ 是矩形，点 $O(0, 0)$ ，点 $A(5, 0)$ ，点 $B(0, 3)$ 。以点 A 为中心，顺时针旋转矩形 $AOBC$ ，得到矩形 $ADEF$ ，点 O, B, C 的对应点分别为 D, E, F 。

(I) 如图①，当点 D 落在 BC 边上时，求点 D 的坐标；

(II) 如图②，当点 D 落在线段 BE 上时， AD 与 BC 交于点 H 。

① 求证 $\triangle ADB \cong \triangle AOB$ ；

② 求点 H 的坐标。

(III) 记 K 为矩形 $AOBC$ 对角线的交点， S 为 $\triangle KDE$ 的面积，求 S 的取值范围（直接写出结果即可）。

【考点】 LO：四边形综合题。

【分析】 (I) 如图①，在 $Rt\triangle ACD$ 中求出 CD 即可解决问题；

(II) ① 根据 HL 证明即可；

②，设 $AH=BH=m$ ，则 $HC=BC-BH=5-m$ ，在 $Rt\triangle AHC$ 中，根据 $AH^2=HC^2+AC^2$ ，构建方程求出 m 即可解决问题；

(III) 如图③中, 当点 D 在线段 BK 上时, $\triangle DEK$ 的面积最小, 当点 D 在 BA 的延长线上时, $\triangle D'E'K$ 的面积最大, 求出面积的最小值以及最大值即可解决问题;

【解答】解: (I) 如图①中,

$$\because A(5, 0), B(0, 3),$$

$$\therefore OA=5, OB=3,$$

\therefore 四边形 $AOBC$ 是矩形,

$$\therefore AC=OB=3, OA=BC=5, \angle OBC=\angle C=90^\circ,$$

\therefore 矩形 $ADEF$ 是由矩形 $AOBC$ 旋转得到,

$$\therefore AD=AO=5,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $CD=4$,

$$\therefore BD=BC-CD=1,$$

$$\therefore D(1, 3).$$

(II) ①如图②中,

由四边形 $ADEF$ 是矩形, 得到 $\angle ADE=90^\circ$,

\therefore 点 D 在线段 BE 上,

$$\therefore \angle ADB=90^\circ,$$

由 (I) 可知, $AD=AO$, 又 $AB=AB$, $\angle AOB=90^\circ$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADB \cong \text{Rt}\triangle AOB \text{ (HL)}.$$

②如图②中，由 $\triangle ADB \cong \triangle AOB$ ，得到 $\angle BAD = \angle BAO$ ，

又在矩形 $AOBC$ 中， $OA \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle CBA = \angle OAB,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CBA,$$

$$\therefore BH = AH, \text{ 设 } AH = BH = m, \text{ 则 } HC = BC - BH = 5 - m,$$

在 $\text{Rt}\triangle AHC$ 中， $\therefore AH^2 = HC^2 + AC^2$ ，

$$\therefore m^2 = 3^2 + (5 - m)^2,$$

$$\therefore m = 4,$$

$$\therefore BH = 4,$$

$$\therefore H(4, 3).$$

(III) 如图③中，当点 D 在线段 BK 上时， $\triangle DEK$ 的面积最小，最小值 $\frac{1}{2} \cdot DE \cdot DK$

$$DK = 3 \times (5 - 4) = 3,$$

当点 D 在 BA 的延长线上时， $\triangle D'E'K$ 的面积最大，最大面积 $\frac{1}{2} \cdot D'E' \times KD'$

$$3 \times (5 + 4) = 27.$$

综上所述，

S

【点评】 本题考查四边形综合题、矩形的性质、勾股定理、全等三角形的判定和性质、旋转变换等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，学会利用参数构建方程解决问题，属于中考压轴题。

25. (10分) 在平面直角坐标系中，点 $O(0, 0)$ ，点 $A(1, 0)$ 。已知抛物线 $y = x^2 + mx - 2m$ (m 是常数)，顶点为 P 。

(I) 当抛物线经过点 A 时，求顶点 P 的坐标；

(II) 若点 P 在 x 轴下方，当 $\angle AOP = 45^\circ$ 时，求抛物线的解析式；

(III) 无论 m 取何值，该抛物线都经过定点 H 。当 $\angle AHP = 45^\circ$ 时，求抛物线的解析式。

【考点】 HF：二次函数综合题。

【分析】 (I) 将点 A 坐标代入解析式求得 m 的值即可得；

(II) 先求出顶点 P 的坐标 (\quad, \quad) ，根据 $\angle AOP = 45^\circ$ 知点 P 在第四象限且 $PQ = OQ$ ，列出关于 m 的方程，解之可得；

(III) 由 $y = x^2 + mx - 2m = x^2 + m(x - 2)$ 知 $H(2, 4)$ ，过点 A 作 $AD \perp AH$ ，交射线 HP 于点 D ，分别过点 D 、 H 作 x 轴的垂线，垂足分别为 E 、 G ，证 $\triangle ADE \cong \triangle HAG$ 得 $DE = AG = 1$ 、 $AE = HG = 4$ ，据此知点 D 的坐标为 $(-3, 1)$ 或 $(5, -1)$ ，再求出直线 DH 的解析式，将点 P 的坐标代入求得 m 的值即可得出答案。

【解答】 解：(I) \because 抛物线 $y = x^2 + mx - 2m$ 经过点 $A(1, 0)$ ，

$$\therefore 0 = 1 + m - 2m,$$

解得： $m = 1$ ，

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = x^2 + x - 2,$$

$$\therefore y = x^2 + x - 2 = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4},$$

\therefore 顶点 P 的坐标为 $(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{4})$ ；

(II) 抛物线 $y=x^2+mx-2m$ 的顶点 P 的坐标为 (,),
由点 $A(1, 0)$ 在 x 轴的正半轴上, 点 P 在 x 轴的下方, $\angle AOP=45^\circ$ 知点 P 在第四象限,

如图 1, 过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q ,

则 $\angle POQ = \angle OPQ = 45^\circ$,

可知 $PQ = OQ$, 即 ,

解得: $m_1 = 0, m_2 = -10$,

当 $m = 0$ 时, 点 P 不在第四象限, 舍去;

$\therefore m = -10$,

\therefore 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 10x + 20$;

(III) 由 $y = x^2 + mx - 2m = x^2 + m(x - 2)$ 可知当 $x = 2$ 时, 无论 m 取何值时 y 都等于 4,

\therefore 点 H 的坐标为 $(2, 4)$,

过点 A 作 $AD \perp AH$, 交射线 HP 于点 D , 分别过点 D, H 作 x 轴的垂线, 垂足分别为 E, G ,

则 $\angle DEA = \angle AGH = 90^\circ$,

$\because \angle DAH = 90^\circ$, $\angle AHD = 45^\circ$,

$\therefore \angle ADH = 45^\circ$,

$\therefore AH = AD$,

$\because \angle DAE + \angle HAG = \angle AHG + \angle HAG = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAE = \angle AHG$,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle HAG$,

$\therefore DE = AG = 1$ 、 $AE = HG = 4$,

则点 D 的坐标为 $(-3, 1)$ 或 $(5, -1)$;

①当点 D 的坐标为 $(-3, 1)$ 时, 可得直线 DH 的解析式为 $y = \frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$,

\because 点 $P(1, m)$ 在直线 $y = \frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$ 上,

$\therefore \frac{1}{4} \times 1 + \frac{13}{4} = m$,

解得: $m_1 = -4$ 、 $m_2 = \frac{14}{4}$,

当 $m = -4$ 时, 点 P 与点 H 重合, 不符合题意,

$\therefore m = \frac{14}{4}$;

②当点 D 的坐标为 $(5, -1)$ 时, 可得直线 DH 的解析式为 $y = -\frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$,

∵点 P (,) 在直线 $y = x + 1$ 上,

∴ () ,

解得: $m_1 = -4$ (舍), $m_2 = 4$,

综上, $m = 4$ 或 $m = -4$,

则抛物线的解析式为 $y = x^2 - 4x + 4$ 或 $y = x^2 + 4x + 4$.

【点评】 本题主要考查二次函数综合问题, 解题的关键是掌握待定系数法求函数解析式、二次函数的性质、全等三角形的判定和性质等知识点.

