

2019 年天津市中考数学试卷（教师版）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 计算 $(-3) \times 9$ 的结果等于 ()

- A. -27 B. -6 C. 27 D. 6

【考点】1C：有理数的乘法.

【分析】由正数与负数的乘法法则得 $(-3) \times 9 = -27$;

【解答】解： $(-3) \times 9 = -27$;

故选：A.

【点评】本题考查有理数的乘法；熟练掌握正数与负数的乘法法则是解题的关键.

2. (3 分) $2\sin 60^\circ$ 的值等于 ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

【考点】T5：特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角三角函数值，可得答案.

【解答】解： $2\sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ ，

故选：C.

【点评】本题考查了特殊角三角函数值，解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值.

3. (3 分) 据 2019 年 3 月 21 日《天津日报》报道，“伟大的变革——庆祝改革开放 40 周年大型展览”3 月 20 日圆满闭幕，自开幕以来，现场观众累计约为 4230000 人次. 将 4230000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.423×10^7 B. 4.23×10^6 C. 42.3×10^5 D. 423×10^4

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 4230000 有 7 位，所以可以确定 $n = 7 - 1 = 6$.

【解答】解： $4230000 = 4.23 \times 10^6$.

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键。

4. (3分) 在一些美术字中，有的汉字是轴对称图形。下面 4 个汉字中，可以看作是轴对称图形的是 ()

- A. 美 B. 丽 C. 校 D. 园

【考点】P3: 轴对称图形。

【分析】根据轴对称图形的概念求解。

【解答】解：A、是轴对称图形，故本选项正确；

B、不是轴对称图形，故本选项错误；

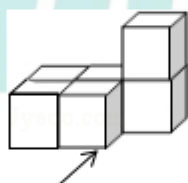
C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项错误。

故选：A。

【点评】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合。

5. (3分) 如图是一个由 6 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是 ()



- A.
- B.
- C.
- D.

【考点】U2: 简单组合体的三视图。

【分析】画出从正面看到的图形即可得到它的主视图。

【解答】解：从正面看，共有 3 列，每列的小正方形的个数从左到右依次为 1、1、2。

故选：B。

【点评】本题考查了简单组合体的三视图：画简单组合体的三视图要循序渐进，通过仔细观察和想象，再画它的三视图。

6. (3分) 估计 $\sqrt{33}$ 的值在 ()

- A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

【考点】2B: 估算无理数的大小.

【分析】由于 $25 < 33 < 36$, 于是 $\sqrt{25} < \sqrt{33} < \sqrt{36}$, 从而有 $5 < \sqrt{33} < 6$.

【解答】解: $\because 25 < 33 < 36$,

$$\therefore \sqrt{25} < \sqrt{33} < \sqrt{36},$$

$$\therefore 5 < \sqrt{33} < 6.$$

故选: D.

【点评】本题考查了无理数的估算, 解题关键是确定无理数的整数部分即可解决问题.

7. (3分) 计算 $\frac{2a}{a+1} + \frac{2}{a+1}$ 的结果是 ()

- A. 2 B. $2a+2$ C. 1 D. $\frac{4a}{a+1}$

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】直接利用分式的加减运算法则计算得出答案.

【解答】解: 原式 $= \frac{2a+2}{a+1}$

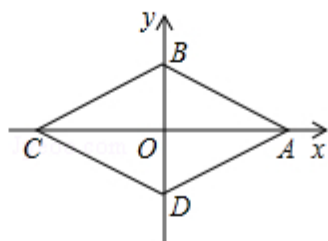
$$= \frac{2(a+1)}{a+1}$$

$= 2$.

故选: A.

【点评】此题主要考查了分式的加减运算, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

8. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, A, B 两点的坐标分别是 $(2, 0), (0, 1)$, 点 C, D 在坐标轴上, 则菱形 $ABCD$ 的周长等于 ()



- A. $\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $4\sqrt{5}$ D. 20

【考点】D5: 坐标与图形性质; L8: 菱形的性质.

【分析】根据菱形的性质和勾股定理解答即可.

【解答】解: $\because A, B$ 两点的坐标分别是 $(2, 0), (0, 1)$,

$$\therefore AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形,

\therefore 菱形的周长为 $4\sqrt{5}$,

故选: C.

【点评】此题考查菱形的性质, 关键是根据菱形的性质和勾股定理解答.

9. (3分) 方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 6x - 2y = 11 \end{cases}$ 的解是 ()

- A. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ TM

【考点】98: 解二元一次方程组.

【分析】运用加减消元法解答即可.

【解答】解: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \text{ ①} \\ 6x - 2y = 11 \text{ ②} \end{cases}$,

①+②得, $x=2$,

把 $x=2$ 代入①得, $6+2y=7$, 解得 $y = \frac{1}{2}$,

故原方程组的解为: $\begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$.

故选: D.

【点评】本题主要考查了二元一次方程组的解法, 熟练掌握二元一次方程组的基本解法是解答本题的关键.

10. (3分) 若点 $A(-3, y_1), B(-2, y_2), C(1, y_3)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

- A. $y_2 < y_1 < y_3$ B. $y_3 < y_1 < y_2$ C. $y_1 < y_2 < y_3$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

【考点】G6：反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】分别计算出自变量为-3、-2和1对应的函数值，从而得到 y_1, y_2, y_3 的大小关系.

【解答】解：当 $x=-3, y_1 = -\frac{12}{-3} = 4$;

当 $x=-2, y_2 = -\frac{12}{-2} = 6$;

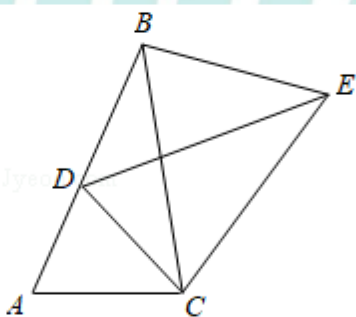
当 $x=1, y_3 = -\frac{12}{1} = -12$,

所以 $y_3 < y_1 < y_2$.

故选：B.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征：反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ （ k 为常数， $k \neq 0$ ）的图象是双曲线，图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k ，即 $xy=k$.

11. (3分) 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得到 $\triangle DEC$ ，使点 A 的对应点 D 恰好落在边 AB 上，点 B 的对应点为 E ，连接 BE ，下列结论一定正确的是（ ）



- A. $AC=AD$ B. $AB \perp EB$ C. $BC=DE$ D. $\angle A = \angle EBC$

【考点】R2：旋转的性质.

【分析】根据旋转的性质得到 $AC=CD, BC=CE, AB=DE$ ，故A错误，C错误；

得到 $\angle ACD = \angle BCE$ ，根据三角形的内角和得到 $\angle A = \angle ADC = \frac{180^\circ - \angle ACD}{2}$ ， $\angle CBE = \frac{180^\circ - \angle BCE}{2}$ ，求得 $\angle A = \angle EBC$ ，故D正确；由于 $\angle A + \angle ABC$ 不一定等于 90° ，于是得到 $\angle ABC + \angle CBE$ 不一定等于 90° ，故B错误.

【解答】解：∵将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得到 $\triangle DEC$ ，

∴ $AC=CD$ ， $BC=CE$ ， $AB=DE$ ，故 A 错误， C 错误；

∴ $\angle ACD=\angle BCE$ ，

$$\therefore \angle A = \angle ADC = \frac{180^\circ - \angle ACD}{2}, \quad \angle CBE = \frac{180^\circ - \angle BCE}{2},$$

∴ $\angle A = \angle EBC$ ，故 D 正确；

∵ $\angle A + \angle ABC$ 不一定等于 90° ，

∴ $\angle ABC + \angle CBE$ 不一定等于 90° ，故 B 错误

故选： D 。

【点评】本题考查了旋转的性质，等腰三角形的性质，正确的识别图形是解题的关键。

12. (3分) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表：

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y=ax^2+bx+c$...	t	m	-2	-2	n	...

且当 $x = -\frac{1}{2}$ 时，与其对应的函数值 $y > 0$ 。有下列结论：

① $abc > 0$ ；②-2和3是关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=t$ 的两个根；③ $0 < m+n < \frac{20}{3}$ 。

其中，正确结论的个数是（ ）

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【考点】H4：二次函数图象与系数的关系；H5：二次函数图象上点的坐标特征；HA：抛物线与 x 轴的交点。

【分析】①当 $x=0$ 时， $c=-2$ ，当 $x=1$ 时， $a+b=0$ ， $abc > 0$ ，①正确；

② $x = -\frac{1}{2}$ 是对称轴， $x=-2$ 时 $y=t$ ，则 $x=3$ 时， $y=t$ ，②正确；

③ $m+n=4a-4$ ；当 $x = -\frac{1}{2}$ 时， $y > 0$ ， $0 < a < \frac{8}{3}$ ， $m+n < \frac{20}{3}$ ，③错误；

【解答】解：当 $x=0$ 时， $c=-2$ ，

当 $x=1$ 时, $a+b-2=-2$,

$$\therefore a+b=0,$$

$$\therefore y=ax^2-ax-2,$$

$$\therefore abc>0,$$

①正确;

$x = \frac{1}{2}$ 是对称轴,

$x=-2$ 时 $y=t$, 则 $x=3$ 时, $y=t$,

$\therefore -2$ 和 3 是关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=t$ 的两个根;

②正确;

$$m=a+a-2, n=4a-2a-2,$$

$$\therefore m=n=2a-2,$$

$$\therefore m+n=4a-4,$$

\therefore 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, $y>0$,

$$\therefore a > \frac{8}{3},$$

$$\therefore m+n > \frac{20}{3},$$

③错误;

故选: C.

【点评】 本题考查二次函数的图象及性质; 熟练掌握二次函数图象上点的特征, 能够从表格中获取信息确定出对称轴是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18)

13. (3分) 计算 $x^5 \cdot x$ 的结果等于 x^6 .

【考点】 46: 同底数幂的乘法.

【分析】 根据同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加, 即可解答.

【解答】 解: $x^5 \cdot x = x^6$.

故答案为: x^6

【点评】 本题考查了同底数幂的乘法, 解决本题的关键是熟记同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.

指数相加.

14. (3分) 计算 $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$ 的结果等于 2.

【考点】79: 二次根式的混合运算.

【分析】利用平方差公式计算.

【解答】解: 原式 $=3-1$

$=2$.

故答案为 2.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算: 先把各二次根式化简为最简二次根式, 然后进行二次根式的乘除运算, 再合并即可.

15. (3分) 不透明袋子中装有 7 个球, 其中有 2 个红球、3 个绿球和 2 个蓝球, 这些球除颜

色外无其他差别. 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是绿球的概率是 $\frac{3}{7}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据概率公式求解.

【解答】解: 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是绿球的概率 $=\frac{3}{7}$.

故答案为 $\frac{3}{7}$.

【点评】本题考查了概率公式: 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

16. (3分) 直线 $y=2x-1$ 与 x 轴的交点坐标为 $(\frac{1}{2}, 0)$.

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】当直线 $y=2x-1$ 与 x 轴相交时, $y=0$; 将 $y=0$ 代入函数解析式求 x 值.

【解答】解: 根据题意, 知,

当直线 $y=2x-1$ 与 x 轴相交时, $y=0$,

$\therefore 2x-1=0$,

解得, $x = \frac{1}{2}$;

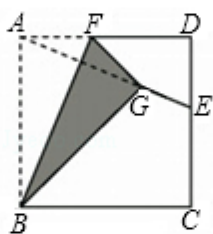
\therefore 直线 $y=2x+1$ 与 x 轴的交点坐标是 $(-\frac{1}{2}, 0)$;

故答案是: $(-\frac{1}{2}, 0)$.

【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征. 一次函数图象上的点的坐标一定满足该函数的解析式.

17. (3分) 如图, 正方形纸片 $ABCD$ 的边长为 12, E 是边 CD 上一点, 连接 AE 、折叠该纸片, 使点 A 落在 AE 上的 G 点, 并使折痕经过点 B , 得到折痕 BF , 点 F 在 AD 上, 若

$DE=5$, 则 GE 的长为 $\frac{49}{13}$.



【考点】 LE: 正方形的性质; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 由折叠及轴对称的性质可知, $\triangle ABF \cong \triangle GBF$, BF 垂直平分 AG , 先证 $\triangle ABF \cong \triangle DAE$, 推出 AF 的长, 再利用勾股定理求出 BF 的长, 最后在 $Rt\triangle ADF$ 中利用面积法可求出 AH 的长, 可进一步求出 AG 的长, GE 的长.

【解答】 解: \because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore AB=AD=12, \angle BAD=\angle D=90^\circ$,

由折叠及轴对称的性质可知, $\triangle ABF \cong \triangle GBF$, BF 垂直平分 AG ,

$\therefore BF \perp AE, AH=GH$,

$\therefore \angle FAH + \angle AFH = 90^\circ$,

又 $\because \angle FAH + \angle BAH = 90^\circ$,

$\therefore \angle AFH = \angle BAH$,

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DAE$ (AAS),

$\therefore AF=DE=5$,

在 $Rt\triangle ADF$ 中,

$$BF = \sqrt{AB^2 + AF^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13,$$

$$S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} AB \cdot AF = \frac{1}{2} BF \cdot AH,$$

$$\therefore 12 \times 5 = 13AH,$$

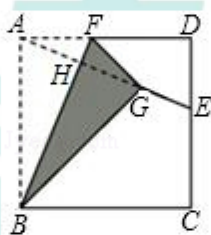
$$\therefore AH = \frac{60}{13},$$

$$\therefore AG = 2AH = \frac{120}{13},$$

$$\therefore AE = BF = 13,$$

$$\therefore GE = AE - AG = 13 - \frac{120}{13} = \frac{49}{13},$$

$$\text{故答案为: } \frac{49}{13}.$$

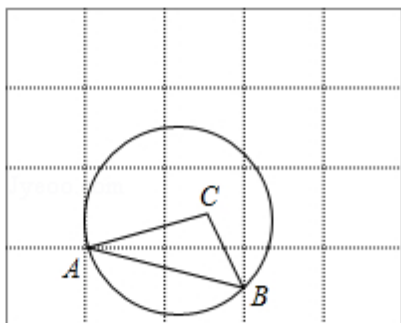


【点评】 本题考查了正方形的性质，轴对称的性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理，面积法求线段的长度等，解题关键是能够灵活运用正方形的性质和轴对称的性质。

18. (3分) 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点A在格点上，B是小正方形边的中点， $\angle ABC = 50^\circ$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，经过点A，B的圆的圆心在边AC上。

(I) 线段AB的长等于 $\frac{\sqrt{17}}{2}$ ；

(II) 请用无刻度的直尺，在如图所示的网格中，画出一个点P，使其满足 $\angle PAC = \angle PBC = \angle PCB$ ，并简要说明点P的位置是如何找到的（不要求证明） 取圆与网格的交点E，F，连接EF与AC交于一点，则这一点是圆心O，AB与网格线相交于D，连接DO并延长交 $\odot O$ 于点Q，连接OC并延长，与B，O的连线相交于点P，连接AP，则点P满足 $\angle PAC = \angle PBC = \angle PCB$ 。



【考点】 KQ: 勾股定理; M5: 圆周角定理; N3: 作图—复杂作图.

【分析】 (I) 根据勾股定理即可得到结论;

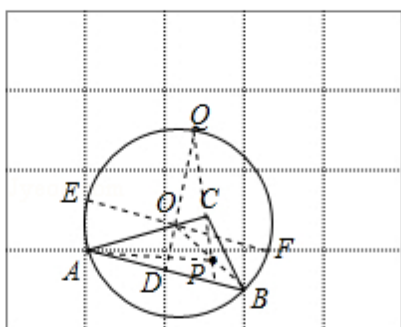
(II) 如图, 取圆与网格的交点 E, F , 连接 EF 与 AC 交于一点, 则这一点是圆心 O , AB 与网格线相交于 D , 连接 DO 并延长交 $\odot O$ 于点 Q , 连接 QC 并延长, 与 B, O 的连线相交于点 P , 连接 AP , 于是得到结论.

【解答】 解: (I) $AB = \sqrt{2^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$,

故答案为: $\frac{\sqrt{17}}{2}$;

(II) 如图, 取圆与网格的交点 E, F , 连接 EF 与 AC 交于一点, 则这一点是圆心 O , AB 与网格线相交于 D , 连接 DO 并延长交 $\odot O$ 于点 Q , 连接 QC 并延长, 与 B, O 的连线相交于点 P , 连接 AP , 则点 P 满足 $\angle PAC = \angle PBC = \angle PCB$,

故答案为: 取圆与网格的交点 E, F , 连接 EF 与 AC 交于一点, 则这一点是圆心 O , AB 与网格线相交于 D , 连接 DO 并延长交 $\odot O$ 于点 Q , 连接 QC 并延长, 与 B, O 的连线相交于点 P , 连接 AP , 则点 P 满足 $\angle PAC = \angle PBC = \angle PCB$.



【点评】 本题考查了作图—复杂作图, 勾股定理, 圆周角定理, 正确的作出图形是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分, 解答度写出文字说明、演算步骤或推理过程)

19. (8分) 解不等式组
$$\begin{cases} x + 1 \geq -1 \text{ ①} \\ 2x - 1 \leq 1 \text{ ②} \end{cases}$$

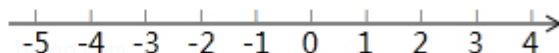
请结合题意填空，完成本题的解答.

(I) 解不等式①，得 $x \geq -2$ ；

(II) 解不等式②，得 $x \leq 1$ ；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来；

(IV) 原不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq 1$.



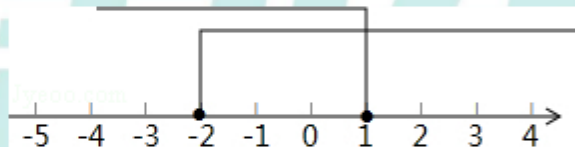
【考点】 C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组.

【分析】 分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】 解：(I) 解不等式①，得 $x \geq -2$ ；

(II) 解不等式②，得 $x \leq 1$ ；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来；

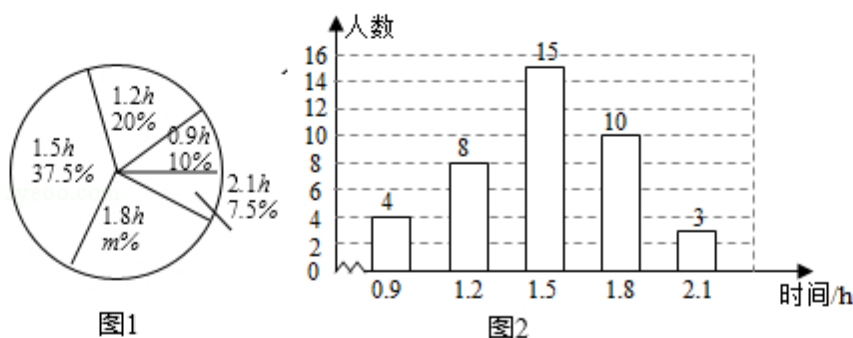


(IV) 原不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq 1$.

故答案为： $x \geq -2$ ， $x \leq 1$ ， $-2 \leq x \leq 1$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

20. (8分) 某校为了解初中学生每天在校体育活动的的时间(单位： h)，随机调查了该校的部分初中学生. 根据调查结果，绘制出如下的统计图①和图②. 请根据相关信息，解答下列问题：



(I) 本次接受调查的初中学生人数为 40，图①中 m 的值为 25；

(II) 求统计的这组每天在校体育活动时间数据的平均数、众数和中位数；

(III) 根据统计的这组每天在校体育活动时间的样本数据，若该校共有 800 名初中学生，估计该校每天在校体育活动时间大于 1h 的学生人数。

【考点】 V5: 用样本估计总体；VB: 扇形统计图；VC: 条形统计图；W1: 算术平均数；W4: 中位数；W5: 众数。

【分析】 (I) 根据统计图中的数据可以求得本次调查的学生人数，进而求得 m 的值；

(II) 根据统计图中的数据可以求得这组数据的平均数和众数、中位数；

(III) 根据统计图中的数据可以求得该校每天在校体育活动时间大于 1h 的学生人数。

【解答】 解：(I) 本次接受调查的初中学生人数为： $4 \div 10\% = 40$ ，

$$m\% = \frac{10}{40} \times 100\% = 25\%$$

故答案为：40，25；

$$(II) \text{平均数是: } \frac{0.9 \times 4 + 1.2 \times 8 + 1.5 \times 15 + 1.8 \times 10 + 2.1 \times 3}{40} = 1.5,$$

众数是 1.5，中位数是 1.5；

$$(III) 800 \times \frac{40 - 4}{40} = 720 \text{ (人)},$$

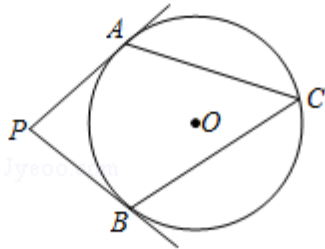
答：该校每天在校体育活动时间大于 1h 的学生有 720 人。

【点评】 本题考查条形统计图、扇形统计图、用样本估计总体、平均数、中位数、众数，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答。

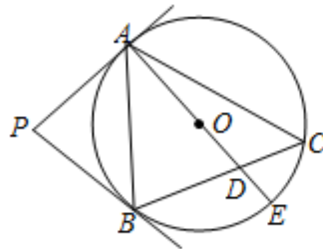
21. (10分) 已知 PA , PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A , B , $\angle APB = 80^\circ$, C 为 $\odot O$ 上一点。

(I) 如图①，求 $\angle ACB$ 的大小；

(II) 如图②， AE 为 $\odot O$ 的直径， AE 与 BC 相交于点 D 。若 $AB = AD$ ，求 $\angle EAC$ 的大小。



图①



图②

【考点】 M5：圆周角定理；MC：切线的性质．

【分析】 (I) 连接 OA 、 OB ，根据切线的性质得到 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ ，根据四边形内角和等于 360° 计算；

(II) 连接 CE ，根据圆周角定理得到 $\angle ACE = 90^\circ$ ，根据等腰三角形的性质、三角形的外角性质计算即可．

【解答】 解：(I) 连接 OA 、 OB ，

$\because PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AOB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ，

由圆周角定理得， $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 50^\circ$ ；

(II) 连接 CE ，

$\because AE$ 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACE = 90^\circ$ ，

$\because \angle ACB = 50^\circ$ ，

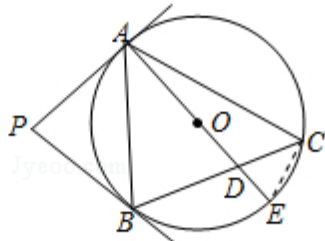
$\therefore \angle BCE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle BCE = 40^\circ$ ，

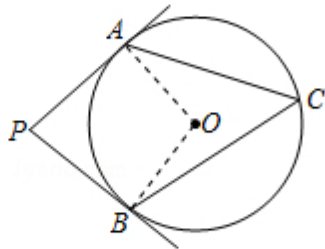
$\because AB = AD$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle EAC = \angle ADB - \angle ACB = 20^\circ$ ．



图②

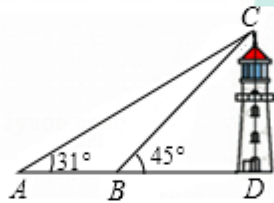


图①

【点评】 本题考查的是切线的性质、圆周角定理、等腰三角形的性质，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键。

22. (10分) 如图，海面上—艘船由西向东航行，在 A 处测得正东方向上一座灯塔的最高点 C 的仰角为 31° ，再向东继续航行 $30m$ 到达 B 处，测得该灯塔的最高点 C 的仰角为 45° ，根据测得的数据，计算这座灯塔的高度 CD (结果取整数)。

参考数据： $\sin 31^\circ \approx 0.52$ ， $\cos 31^\circ \approx 0.86$ ， $\tan 31^\circ \approx 0.60$ 。



【考点】 TA：解直角三角形的应用—仰角俯角问题。

【分析】 根据正切的定义用 CD 表示出 AD ，根据题意列出方程，解方程得到答案。

【解答】 解：在 $Rt\triangle CAD$ 中， $\tan\angle CAD = \frac{CD}{AD}$ ，

$$\text{则 } AD = \frac{CD}{\tan 31^\circ} \approx \frac{5}{3}CD,$$

在 $Rt\triangle CBD$ 中， $\angle CBD = 45^\circ$ ，

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore AD = AB + BD,$$

$$\therefore \sqrt[5]{3}CD = CD + 30,$$

解得, $CD = 45$,

答: 这座灯塔的高度 CD 约为 $45m$.

【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用—仰角俯角问题, 掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

23. (10分) 甲、乙两个批发店销售同一种苹果, 在甲批发店, 不论一次购买数量是多少, 价格均为 6 元/kg. 在乙批发店, 一次购买数量不超过 50kg 时, 价格为 7 元/kg; 一次购买数量超过 50kg 时, 其中有 50kg 的价格仍为 7 元/kg, 超过 50kg 部分的价格为 5 元/kg. 设小王在同一个批发店一次购买苹果的数量为 x kg ($x > 0$).

(I) 根据题意填表:

一次购买数量/kg	30	50	150	...
甲批发店花费/元	180	300	900	...
乙批发店花费/元	210	350	850	...

(II) 设在甲批发店花费 y_1 元, 在乙批发店花费 y_2 元, 分别求 y_1, y_2 关于 x 的函数解析式;

(III) 根据题意填空:

- ①若小王在甲批发店和在乙批发店一次购买苹果的数量相同, 且花费相同, 则他在同一个批发店一次购买苹果的数量为 100 kg;
- ②若小王在同一个批发店一次购买苹果的数量为 120kg, 则他在甲、乙两个批发店中的乙 乙 批发店购买花费少;
- ③若小王在同一个批发店一次购买苹果花费了 360 元, 则他在甲、乙两个批发店中的 甲 批发店购买数量多.

【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (I) 根据题意, 甲批发店花费 y_1 (元) = $6 \times$ 购买数量 x (千克); $6 \times 30 = 180$, $6 \times 150 = 900$; 而乙批发店花费 y_2 (元), 当一次购买数量不超过 50kg 时, $y_2 = 7 \times 30 = 210$ 元; 一次购买数量超过 50kg 时, $y_2 = 7 \times 50 + 5(150 - 50) = 850$ 元.

(II) 根据题意, 甲批发店花费 y_1 (元) = $6 \times$ 购买数量 x (千克); 而乙批发店花费 y_2 (元) 在一次购买数量不超过 50kg 时, y_2 (元) = $7 \times$ 购买数量 x (千克); 一次购买数

量超过 50kg 时, y_2 (元) = $7 \times 50 + 5(x - 50)$; 即: 花费 y_2 (元) 是购买数量 x (千克) 的分段函数.

(III) ① 花费相同, 即 $y_1 = y_2$; 可利用方程解得相应的 x 的值;

② 求出在 $x = 120$ 时, 所对应的 y_1 、 y_2 的值, 比较得出结论. 实际上是已知自变量的值求函数值.

③ 求出当 $y = 360$ 时, 两店所对应的 x 的值, 比较得出结论. 实际是已知函数值求相应的自变量的值.

【解答】 解: (I) 甲批发店: $6 \times 30 = 180$ 元, $6 \times 150 = 900$ 元; 乙批发店: $7 \times 30 = 210$ 元, $7 \times 50 + 5(150 - 50) = 850$ 元.

故依次填写: 180 900 210 850.

(II) $y_1 = 6x$ ($x > 0$)

当 $0 < x \leq 50$ 时, $y_2 = 7x$ ($0 < x \leq 50$)

当 $x > 50$ 时, $y_2 = 7 \times 50 + 5(x - 50) = 5x + 100$ ($x > 50$)

因此 y_1, y_2 与 x 的函数解析式为: $y_1 = 6x$ ($x > 0$); $y_2 = 7x$ ($0 < x \leq 50$); $y_2 = 5x + 100$ ($x > 50$)

(III) ① 当 $y_1 = y_2$ 时, 有: $6x = 7x$, 解得 $x = 0$, 不和题意舍去;

当 $y_1 = y_2$ 时, 也有: $6x = 5x + 100$, 解得 $x = 100$,

故他在同一个批发店一次购买苹果的数量为 100 千克.

② 当 $x = 120$ 时, $y_1 = 6 \times 120 = 720$ 元, $y_2 = 5 \times 120 + 100 = 700$ 元,

$\therefore 720 > 700$

\therefore 乙批发店花费少.

故乙批发店花费少.

③ 当 $y = 360$ 时, 即: $6x = 360$ 和 $5x + 100 = 360$; 解得 $x = 60$ 和 $x = 52$,

$\therefore 60 > 52$

\therefore 甲批发店购买数量多.

故甲批发店购买的数量多.

【点评】 此题主要考查了一次函数的应用, 分段函数, 就是要根据自变量在不同的取值范围函数的关系不一样, 需要分段进行讨论, 分别进行计算, 根据函数关系式可以已知自变量的值求函数值, 也可以已知函数值求相应的自变量的值.

24. (10 分) 在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 $A(6, 0)$, 点 B 在 y 轴的正半轴上, \angle

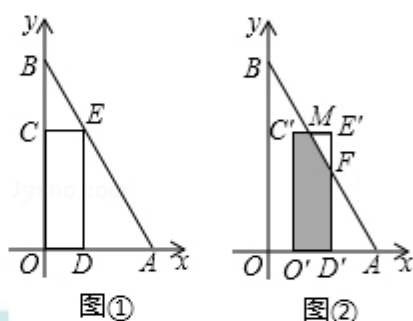
$\angle ABO=30^\circ$. 矩形 $CODE$ 的顶点 D, E, C 分别在 OA, AB, OB 上, $OD=2$.

(I) 如图①, 求点 E 的坐标;

(II) 将矩形 $CODE$ 沿 x 轴向右平移, 得到矩形 $C'O'D'E'$, 点 C, O, D, E 的对应点分别为 C', O', D', E' . 设 $OO'=t$, 矩形 $C'O'D'E'$ 与 $\triangle ABO$ 重叠部分的面积为 S .

①如图②, 当矩形 $C'O'D'E'$ 与 $\triangle ABO$ 重叠部分为五边形时, $C'E', E'D'$ 分别与 AB 相交于点 M, F , 试用含有 t 的式子表示 S , 并直接写出 t 的取值范围;

②当 $\sqrt{3} \leq S \leq 5\sqrt{3}$ 时, 求 t 的取值范围 (直接写出结果即可) .



【考点】LO：四边形综合题 .

【分析】(I) 由已知得出 $AD=OA-OD=4$, 由矩形的性质得出 $\angle AED=\angle ABO=30^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, $AE=2AD=8$, 由勾股定理得出 $ED=4\sqrt{3}$, 即可得出答案;

(II) ①由平移的性质得: $O'D'=2, E'D'=4\sqrt{3}, ME'=OO'=t, D'E' \parallel O'C' \parallel OB$, 得出 $\angle E'FM=\angle ABO=30^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle MFE'$ 中, $MF=2ME'=2t, FE'$

$=\sqrt{MF^2-ME'^2}=\sqrt{(2t)^2-t^2}=\sqrt{3}t$, 求出 $S_{\triangle MFE'}=\frac{1}{2}ME' \cdot FE'$
 $=\frac{1}{2} \times t \times \sqrt{3}t = \frac{\sqrt{3}t^2}{2}$, $S_{\text{矩形}C'O'D'E'}=O'D' \cdot E'D'=2 \times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$, 即可得出答案;

②当 $S=\sqrt{3}$ 时, $O'A=OA-OO'=6-t$, 由直角三角形的性质得出 $OF=\sqrt{3}O'A=\sqrt{3}(6-t)$, 得出方程, 解方程即可;

当 $S=5\sqrt{3}$ 时, $O'A=6-t, D'A=6-t-2=4-t$, 由直角三角形的性质得出 $OG=\sqrt{3}(6-t)$, $DF=\sqrt{3}(4-t)$, 由梯形面积公式得出 $S=\frac{1}{2}[\sqrt{3}(6-t)+\sqrt{3}(4-t)] \times 2=$

$5\sqrt{3}$, 解方程即可.

【解答】解: (I) \because 点 $A(6, 0)$,

$$\therefore OA=6,$$

$$\therefore OD=2,$$

$$\therefore AD=OA-OD=6-2=4,$$

\therefore 四边形 $CODE$ 是矩形,

$$\therefore DE \parallel OC,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABO = 30^\circ,$$

在 $Rt\triangle AED$ 中, $AE=2AD=8$, $ED = \sqrt{AE^2 - AD^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$,

$$\therefore OD=2,$$

\therefore 点 E 的坐标为 $(2, 4\sqrt{3})$;

(II) ①由平移的性质得: $O'D'=2$, $E'D'=4\sqrt{3}$, $ME'=OO'=t$, $D'E' \parallel O'A$, $C' \parallel OB$,

$$\therefore \angle E'FM = \angle ABO = 30^\circ,$$

\therefore 在 $Rt\triangle MFE'$ 中, $MF=2ME'=2t$, $FE' = \sqrt{MF^2 - ME'^2} = \sqrt{(2t)^2 - t^2} = \sqrt{3}t$,

$$\therefore S_{\triangle MFE'} = \frac{1}{2} ME' \cdot FE' = \frac{1}{2} \times t \times \sqrt{3}t = \frac{\sqrt{3}t^2}{2},$$

$$\therefore S_{\text{矩形}C'O'D'E'} = O'D' \cdot E'D' = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3},$$

$$\therefore S = S_{\text{矩形}C'O'D'E'} - S_{\triangle MFE'} = 8\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}t^2}{2},$$

$$\therefore S = -\frac{\sqrt{3}}{2}t^2 + 8\sqrt{3}, \text{ 其中 } t \text{ 的取值范围是: } 0 < t < 2;$$

②当 $S = \sqrt{3}$ 时, 如图③所示:

$$O'A = OA - OO' = 6 - t,$$

$$\therefore \angle AOF = 90^\circ, \angle AFO = \angle ABO = 30^\circ,$$

$$\therefore OF = \sqrt{3}O'A = \sqrt{3}(6-t)$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}(6-t) \times \sqrt{3}(6-t) = \sqrt{3},$$

解得： $t=6-\sqrt{2}$ ，或 $t=6+\sqrt{2}$ （舍去），

$\therefore t=6-\sqrt{2}$ ；当 $S=5\sqrt{3}$ 时，如图④所示：

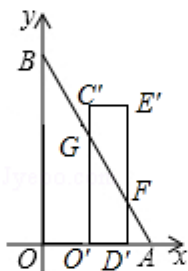
$$O'A=6-t, D'A=6-t-2=4-t,$$

$$\therefore OG = \sqrt{3}(6-t), DF = \sqrt{3}(4-t),$$

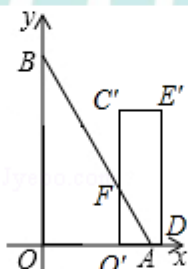
$$\therefore S = \frac{1}{2}[\sqrt{3}(6-t) + \sqrt{3}(4-t)] \times 2 = 5\sqrt{3},$$

$$\text{解得：} t = \frac{5}{2},$$

\therefore 当 $\sqrt{3} \leq S \leq 5\sqrt{3}$ 时， t 的取值范围为 $\frac{5}{2} \leq t \leq 6-\sqrt{2}$ 。



图④



图③

【点评】 本题是四边形综合题目，考查了矩形的性质、坐标与图形性质、勾股定理、平移的性质、直角三角形的性质、梯形面积公式等知识；本题综合性强，有一定难度，熟练掌握含 30° 角的直角三角形的性质时是解题的关键。

25. (10分) 已知抛物线 $y=x^2-bx+c$ (b, c 为常数, $b>0$) 经过点 $A(-1, 0)$, 点 $M(m, 0)$ 是 x 轴正半轴上的动点。

(I) 当 $b=2$ 时, 求抛物线的顶点坐标;

(II) 点 $D(b, y_D)$ 在抛物线上, 当 $AM=AD$, $m=5$ 时, 求 b 的值;

(III) 点 $Q(b + \frac{1}{2}, y_Q)$ 在抛物线上, 当 $\sqrt{2}AM + 2QM$ 的最小值为 $\frac{33\sqrt{2}}{4}$ 时, 求 b 的值.

【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(I) 将点 $A(-1, 0)$ 代入 $y = x^2 - bx + c$, 求出 c 关于 b 的代数式, 再将 b 代入即可求出 c 的值, 可进一步写出抛物线解析式及顶点坐标;

(II) 将点 $D(b, y_D)$ 代入抛物线 $y = x^2 - bx - b - 1$, 求出点 D 纵坐标为 $-b - 1$, 由 b

> 0 判断出点 $D(b, -b - 1)$ 在第四象限, 且在抛物线对称轴 $x = \frac{b}{2}$ 的右侧, 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴, 可证 $\triangle ADE$ 为等腰直角三角形, 利用锐角三角函数可求出 b 的值;

(III) 将点 $Q(b + \frac{1}{2}, y_Q)$ 代入抛物线 $y = x^2 - bx - b - 1$, 求出 Q 纵坐标为 $-\frac{b}{2} - \frac{3}{4}$,

可知点 $Q(b + \frac{1}{2}, -\frac{b}{2} - \frac{3}{4})$ 在第四象限, 且在直线 $x = b$ 的右侧, 点 $N(0, 1)$, 过点 Q 作直线 AN 的垂线, 垂足为 G , QG 与 x 轴相交于点 M , 过点 Q 作 $QH \perp x$ 轴于点 H ,

则点 $H(b + \frac{1}{2}, 0)$, 在 $Rt\triangle MQH$ 中, 可知 $\angle QMH = \angle MQH = 45^\circ$, 设点 $M(m, 0)$,

则可用含 b 的代数式表示 m , 因为 $\sqrt{2}AM + 2QM = \frac{33\sqrt{2}}{4}$, 所以 $\sqrt{2}[(\frac{b}{2} - \frac{1}{4}) - (-$

$1) + 2\sqrt{2}[(b + \frac{1}{2}) - (\frac{b}{2} - \frac{1}{4})] = \frac{33\sqrt{2}}{4}$, 解方程即可.

【解答】解: (I) \because 抛物线 $y = x^2 - bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$,

$$\therefore 1 + b + c = 0,$$

$$\text{即 } c = -b - 1,$$

当 $b = 2$ 时,

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4,$$

\therefore 抛物线的顶点坐标为 $(1, -4)$;

(II) 由 (I) 知, 抛物线的解析式为 $y = x^2 - bx - b - 1$,

\therefore 点 $D(b, y_D)$ 在抛物线 $y = x^2 - bx - b - 1$ 上,

$$\therefore y_D = b^2 - b \cdot b - b - 1 = -b - 1,$$

由 $b > 0$, 得 $b > \frac{b}{2} > 0$, $-b-1 < 0$,

\therefore 点 $D(b, -b-1)$ 在第四象限, 且在抛物线对称轴 $x = \frac{b}{2}$ 的右侧,
如图 1, 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴, 垂足为 E , 则点 $E(b, 0)$,

$\therefore AE = b+1$, $DE = b+1$, 得 $AE = DE$,

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\angle ADE = \angle DAE = 45^\circ$,

$\therefore AD = \sqrt{2}AE$,

由已知 $AM = AD$, $m = 5$,

$\therefore 5 - (-1) = \sqrt{2}(b+1)$,

$\therefore b = 3\sqrt{2} - 1$;

(III) \because 点 $Q(b + \frac{1}{2}, y_Q)$ 在抛物线 $y = x^2 - bx - b - 1$ 上,

$\therefore y_Q = (b + \frac{1}{2})^2 - b(b + \frac{1}{2}) - b - 1 = -\frac{b}{2} - \frac{3}{4}$,

可知点 $Q(b + \frac{1}{2}, -\frac{b}{2} - \frac{3}{4})$ 在第四象限, 且在直线 $x = b$ 的右侧,

$\therefore \sqrt{2}AM + 2QM = 2(\frac{\sqrt{2}}{2}AM + QM)$,

\therefore 可取点 $N(0, 1)$,

如图 2, 过点 Q 作直线 AN 的垂线, 垂足为 G , QG 与 x 轴相交于点 M ,

由 $\angle GAM = 45^\circ$, 得 $\frac{\sqrt{2}}{2}AM = GM$,

则此时点 M 满足题意,

过点 Q 作 $QH \perp x$ 轴于点 H , 则点 $H(b + \frac{1}{2}, 0)$,

在 $\text{Rt}\triangle MQH$ 中, 可知 $\angle QMH = \angle MQH = 45^\circ$,