2017 年天津市中考数学试卷（教师版）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（3 分）计算（﹣3）+5 的结果等于（　　）

A．2　　B．﹣2　　C．8　　D．﹣8

【考点】19：有理数的加法．

【分析】依据有理数的加法法则计算即可．

【解答】解：（﹣3）+5＝5﹣3＝2．

故选：*A*．

【点评】本题主要考查的是有理数的加法法则，掌握有理数的加法法则是解题的关键．

2.（3 分）cos60°的值等于（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．1　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

【考点】T5：特殊角的三角函数值．

【分析】根据特殊角三角函数值，可得答案．

【解答】解：cos60°$=\frac{1}{2}$，

故选：*D*．

【点评】本题考查了特殊角三角函数值，熟记特殊角三角函数值是解题关键．

3.（3 分）在一些美术字中，有的汉字是轴对称图形．下面 4 个汉字中，可以看作是轴对称图形的是（　　）

A．礼　　B．迎　　C．全　　D．运

【考点】P3：轴对称图形．

【分析】根据轴对称图形的概念对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：*A*、不可以看作是轴对称图形，故本选项错误；

B、不可以看作是轴对称图形，故本选项错误；

C、可以看作是轴对称图形，故本选项正确；

D、不可以看作是轴对称图形，故本选项错误．

故选：C．

【点评】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

4．（3分）据《天津日报》报道，天津市社会保障制度更加成熟完善，截止2017年4月末，累计发放社会保障卡12630000张．将12630000用科学记数法表示为（　　）

A．0.1263×10^{8}　　B．1.263×10^{7}　　C．12.63×10^{6}　　D．126.3×10^{5}

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数．

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值是易错点，由于12630000有8位，所以可以确定 $n=8-1=7$．

【解答】解：$12630000=1.263\times10^{7}$．

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键．

5．（3分）如图是一个由4个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是（　　）

A．　　B．　　C．　　D．

【考点】U2：简单组合体的三视图．

【分析】找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中．

【解答】解：从正面看易得第一层有3个正方形，第二层中间有一个正方形．

故选：D．

【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图．

6．（3分）估计　　的值在（　　）

A．4和5之间　　B．5和6之间　　C．6和7之间　　D．7和8之间

【考点】2B：估算无理数的大小．

【分析】利用二次根式的性质，得出　　　　，进而得出答案．

【解答】解：∵　　　　，

∴6 7，

∴ 的值在整数 6 和 7 之间．

故选：C．

【点评】此题主要考查了估计无理数的大小，得出 是解题关键．

7．（3 分）计算 的结果为（　　）

A．1　　B．a　　C．$a+1$　　D．

【考点】6B：分式的加减法．

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案．

【解答】解：原式 1，

故选：A．

【点评】本题考查分式的运算法则，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型．

8．（3 分）方程组 的解是（　　）

A．　　B．　　C．　　D．

【考点】98：解二元一次方程组．

【分析】利用代入法求解即可．

【解答】解： ，

①代入②得，$3x+2x=15$，

解得 $x=3$，

将 $x=3$ 代入①得，$y=2\times3=6$，

所以，方程组的解是 ．

故选：D．

【点评】本题考查的是二元一次方程组的解法，方程组中未知数的系数较小时可用代入法，当未知数的系数相等或互为相反数时用加减消元法较简单．

9．（3 分）如图，将$\triangle ABC$绕点 B 顺时针旋转 60° 得$\triangle DBE$，点 C 的对应点 E 恰好落在 AB

延长线上，连接 AD．下列结论一定正确的是（　　）

A．$\angle ABD=\angle E$　　B．$\angle CBE=\angle C$　　C．$AD\parallel BC$　　D．$AD=BC$

【考点】R2：旋转的性质．

【分析】由旋转的性质得到$\angle ABD=\angle CBE=60°$，$AB=BD$，推出$\triangle ABD$是等边三角形，得到$\angle DAB=\angle CBE$，于是得到结论．

【解答】解：$\because\triangle ABC$绕点 B 顺时针旋转 $60°$ 得$\triangle DBE$，

$\therefore\angle ABD=\angle CBE=60°$，$AB=BD$，

$\therefore\triangle ABD$是等边三角形，

$\therefore\angle DAB=60°$，

$\therefore\angle DAB=\angle CBE$，

$\therefore AD\parallel BC$，

故选：C．

【点评】本题考查了旋转的性质，等边三角形的判定和性质，平行线的判定，熟练掌握旋转的性质是解题的关键．

10．（3 分）若点 A（-1，y_1），B（1，y_2），C（3，y_3）在反比例函数 y　　　的图象上，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系是（　　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_2<y_3<y_1$　　C．$y_3<y_2<y_1$　　D．$y_2<y_1<y_3$

【考点】G6：反比例函数图象上点的坐标特征．

【分析】根据反比例函数的性质判断即可．

【解答】解：$\because k=-3<0$，

$\therefore$在第四象限，y 随 x 的增大而增大，

∴$y_2 < y_3 < 0$，

∵$y_1 > 0$，

∴$y_2 < y_3 < y_1$，

故选：B．

【点评】本题考查的是反比例函数的性质，掌握反比例函数的增减性是解题的关键．

11.（3 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，AD、CE 是△ABC 的两条中线，P 是 AD 上一个动点，则下列线段的长度等于 $BP+EP$ 最小值的是（　　）

A．BC　　B．CE　　C．AD　　D．AC

【考点】KH：等腰三角形的性质；PA：轴对称－最短路线问题．

【分析】如图连接 PC，只要证明 $PB=PC$，即可推出 $PB+PE=PC+PE$，由 $PE+PC \geqslant CE$，推出 P、C、E 共线时，$PB+PE$ 的值最小，最小值为 CE 的长度．

【解答】解：如图连接 PC，

∵$AB=AC$，$BD=CD$，

∴$AD \perp BC$，

∴$PB=PC$，

∴$PB+PE=PC+PE$，

∵$PE+PC \geqslant CE$，

∴P、C、E 共线时，$PB+PE$ 的值最小，最小值为 CE 的长度，

故选：B．

【点评】本题考查轴对称－最短问题，等腰三角形的性质、线段的垂直平分线的性质等

知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

12．（3分）已知抛物线 $y=x^2-4x+3$ 与 x 轴相交于点 A，B（点 A 在点 B 左侧），顶点为 M.平移该抛物线，使点 M 平移后的对应点 M' 落在 x 轴上，点 B 平移后的对应点 B' 落在 y 轴上，则平移后的抛物线解析式为（　　）

A．$y=x^2+2x+1$　　B．$y=x^2+2x-1$　　C．$y=x^2-2x+1$　　D．$y=x^2-2x-1$

【考点】H6：二次函数图象与几何变换；HA：抛物线与 x 轴的交点．

【分析】直接利用抛物线与坐标轴交点求法结合顶点坐标求法分别得出 A，B，M 点坐标，进而得出平移方向和距离，即可得出平移后解析式．

【解答】解：当 $y=0$，则 $0=x^2-4x+3$，

$(x-1)(x-3)=0$，

解得：$x_1=1$，$x_2=3$，

$\therefore A(1,0)$，$B(3,0)$，

$y=x^2-4x+3$

$=(x-2)^2-1$，

$\therefore M$ 点坐标为：$(2,-1)$，

$\because$ 平移该抛物线，使点 M 平移后的对应点 M' 落在 x 轴上，点 B 平移后的对应点 B' 落在 y 轴上，

$\therefore$ 抛物线向上平移一个单位长度，再向左平移 3 个单位长度即可，

$\therefore$ 平移后的解析式为：$y=(x+1)^2=x^2+2x+1$．

故选：A．

【点评】此题主要考查了抛物线与坐标轴交点求法以及二次函数的平移，正确得出平移方向和距离是解题关键．

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13．（3分）计算 $x^7\div x^4$ 的结果等于__x^3__．

【考点】48：同底数幂的除法．

【分析】根据同底数幂的除法即可求出答案．

【解答】解：原式$=x^3$，

故答案为：x^3

【点评】本题考查同底数幂的除法，解题的关键是熟练运用整式的运算法则，本题属于基础题型．

14．（3分）计算 的结果等于__9__．

【考点】79：二次根式的混合运算．

【分析】根据平方差公式进行计算即可．

【解答】解：

$=16-7$

$=9$．

故答案为：9．

【点评】本题考查了二次根式的混合运算，掌握平方差公式是解题的关键．

15．（3分）不透明袋子中装有6个球，其中有5个红球、1个绿球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机取出1个球，则它是红球的概率是__ __．

【考点】X4：概率公式．

【分析】根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率．

【解答】解：∵共6个球，有5个红球，

∴从袋子中随机摸出一个球，它是红球的概率为 ．

故答案为： ．

【点评】本题考查概率的求法：如果一个事件有n种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件A出现m种结果，那么事件A的概率P（A） ．

16．（3分）若正比例函数$y=kx$（k是常数，$k\neq0$）的图象经过第二、四象限，则k的值可以是__－2__（写出一个即可）．

【考点】F7：一次函数图象与系数的关系．

【分析】据正比例函数的性质；当$k<0$时，正比例函数$y=kx$的图象经过第二、四象限，可确定k的取值范围，再根据k的范围选出答案即可．

【解答】解：∵若正比例函数$y=kx$的图象经过第二、四象限，

∴$k<0$，

∴k的值可以是－2，

故答案为：－2（答案不唯一）．

【点评】本题主要考查了正比例函数的性质，关键是熟练掌握：在直线$y=kx$中，当$k>0$时，y随x的增大而增大，直线经过第一、三象限；当$k<0$时，y随x的增大而减小，直线经过第二、四象限．

17．（3分）如图，正方形$ABCD$和正方形$EFCG$的边长分别为3和1，点F，G分别在边BC，CD上，P为AE的中点，连接PG，则PG的长为＿　＿．

【考点】KQ：勾股定理；KX：三角形中位线定理；LE：正方形的性质．

【分析】方法1、延长GE交AB于点O，作$PH\perp OE$于点H，则PH是$\triangle OAE$的中位线，求得PH的长和HG的长，在Rt$\triangle PGH$中利用勾股定理求解．

方法2、先造成$\triangle AHP\cong\triangle EGP$，进而求出$DH$，$DG$，最后用勾股定理即可得出结论．

【解答】解：方法1、延长GE交AB于点O，作$PH\perp OE$于点H．

则$PH\parallel AB$．

∵P是AE的中点，

∴PH是$\triangle AOE$的中位线，

∴PH　　OA　　（3－1）＝1．

∵直角$\triangle AOE$中，$\angle OAE=45°$，

∴$\triangle AOE$是等腰直角三角形，即$OA=OE=2$，

同理$\triangle PHE$中，$HE=PH=1$．

∴$HG=HE+EG=1+1=2$．

∴在Rt$\triangle PHG$中，PG　　　　　　　　　　．

故答案是：　．

方法2、如图1，

延长 DA，GP 相交于 H，

∵四边形 $ABCD$ 和四边形 $EFCG$ 是正方形，

∴$EG \parallel BC \parallel AD$，

∴$\angle H=\angle PGE$，$\angle HAP=\angle GEP$，

∵点 P 是 AE 的中点，

∴$AP=EP$，

∴$\triangle AHP \cong \triangle EGP$，

∴$AH=EG=1$，$PG=PH$ HG，

∴$DH=AD+AH=4$，$DG=CD-CG=2$，

根据勾股定理得，HG 2 ，

∴PG ，

故答案为 .

【点评】本题考查了勾股定理和三角形的中位线定理，正确作出辅助线构造直角三角形是关键．

18．（3分）如图，在每个小正方形的边长为 1 的网格中，点 A，B，C 均在格点上．

（1）AB 的长等于__　　__；

（2）在$\triangle ABC$ 的内部有一点 P，满足 $S_{\triangle PAB}$：$S_{\triangle PBC}$：$S_{\triangle PCA}=1$：2：3，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出点 P，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明）　如图 AC 与网格相交，得到点 D、E，取格点 F，连接 FB 并且延长，与网格相交，

得到 M，N．连接 DN，EM，DN 与 EM 相交于点 P，点 P 即为所求．____．

【考点】KQ：勾股定理；N4：作图—应用与设计作图．

【分析】（1）利用勾股定理即可解决问题；

（2）如图 AC 与网格相交，得到点 D、E，取格点 F，连接 FB 并且延长，与网格相交，得到 M，N，G．连接 DN，EM，DG，DN 与 EM 相交于点 P，点 P 即为所求．

【解答】解：（1）AB ．

故答案为 ．

（2）如图 AC 与网格相交，得到点 D、E，取格点 F，连接 FB 并且延长，与网格相交，得到 M，N，G．连接 DN，EM，DG，DN 与 EM 相交于点 P，点 P 即为所求．

理由：平行四边形 $ABME$ 的面积：平行四边形 $CDNB$ 的面积：平行四边形 $DEMG$ 的面积＝1：2：3，

△PAB 的面积 平行四边形 $ABME$ 的面积，△PBC 的面积 平行四边形 $CDNB$ 的面积，△PAC 的面积＝△PNG 的面积 △DGN 的面积 平行四边形 $DEMG$ 的面积，

$\therefore S_{\triangle PAB}$：$S_{\triangle PBC}$：$S_{\triangle PCA}=1$：2：3．

【点评】本题考查作图－应用与设计、勾股定理、三角形的面积等知识，解题的关键是利用数形结合的思想解决问题，求出$\triangle PAB$，$\triangle PBC$，$\triangle PAC$的面积，属于中考常考题型．

三、解答题（本大题共7小题，共66分。解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

19．（8分）解不等式组

请结合题意填空，完成本题的解答．

（1）解不等式①，得 $x\geqslant 1$ ；

（2）解不等式②，得 $x\leqslant 3$ ；

（3）把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：

（4）原不等式组的解集为 $1\leqslant x\leqslant 3$ ．

【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组．

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据各不等式解集在数轴上的表示，由公共部分即可确定不等式组的解集．

【解答】解：（1）解不等式①，得：$x\geqslant 1$；

（2）解不等式②，得：$x\leqslant 3$；

（3）把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：

（4）原不等式组的解集为 $1\leqslant x\leqslant 3$，

故答案为：$x\geqslant 1$，$x\leqslant 3$，$1\leqslant x\leqslant 3$．

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

20．（8分）某跳水队为了解运动员的年龄情况，作了一次年龄调查，根据跳水运动员的年龄（单位：岁），绘制出如下的统计图①和图②．请根据相关信息，解答下列问题：

（1）本次接受调查的跳水运动员人数为__40人__，图①中 m 的值为__30__；

（2）求统计的这组跳水运动员年龄数据的平均数、众数和中位数．

【考点】VB：扇形统计图；VC：条形统计图；W2：加权平均数；W4：中位数；W5：众数．

【分析】（1）频数÷所占百分比＝样本容量，$m=100-27.5-25-7.5-10=30$；

（2）根据平均数、众数和中位数的定义求解即可．

【解答】解：（1）$4\div10\%=40$（人），

$m=100-27.5-25-7.5-10=30$；

故答案为40人，30．

（2）平均数＝$(13\times4+14\times10+15\times11+16\times12+17\times3)\div40=15$，

16出现12次，次数最多，众数为16；

按大小顺序排列，中间两个数都为15，中位数为15．

【点评】本题考查了条形统计图，扇形统计图，掌握平均数、众数和中位数的定义是解题的关键．

21．（10分）已知 AB 是⊙O 的直径，AT 是⊙O 的切线，$\angle ABT=50°$，BT 交⊙O 于点 C，E 是 AB 上一点，延长 CE 交⊙O 于点 D．

（1）如图①，求 $\angle T$ 和 $\angle CDB$ 的大小；

（2）如图②，当 $BE=BC$ 时，求 $\angle CDO$ 的大小．

【考点】MC：切线的性质．

【分析】（1）根据切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径，得$\angle TAB=90°$，根据三角形内角和得$\angle T$的度数，由直径所对的圆周角是直角和同弧所对的圆周角相等得$\angle CDB$的度数；

（2）如图②，连接AD，根据等边对等角得：$\angle BCE=\angle BEC=65°$，利用同圆的半径相等知：$OA=OD$，同理$\angle ODA=\angle OAD=65°$，由此可得结论．

【解答】解：（1）如图①，连接AC，

∵AT是⊙O切线，AB是⊙O的直径，

∴$AT\perp AB$，即$\angle TAB=90°$，

∵$\angle ABT=50°$，

∴$\angle T=90°-\angle ABT=40°$，

由AB是⊙O的直径，得$\angle ACB=90°$，

∴$\angle CAB=90°-\angle ABC=40°$，

∴$\angle CDB=\angle CAB=40°$；

（2）如图②，连接AD，

在$\triangle BCE$中，$BE=BC$，$\angle EBC=50°$，

∴$\angle BCE=\angle BEC=65°$，

∴$\angle BAD=\angle BCD=65°$，

∵$OA=OD$，

∴$\angle ODA=\angle OAD=65°$，

∵$\angle ADC=\angle ABC=50°$，

∴$\angle CDO=\angle ODA-\angle ADC=65°-50°=15°$．

【点评】本题考查了圆的切线、圆周角定理、等腰三角形的性质、三角形的内角和，熟练掌握切线的性质是关键，注意运用同弧所对的圆周角相等．

22．（10分）如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 64° 方向，距离灯塔 120 海里的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 45° 方向上的 B 处，求 BP 和 BA 的长（结果取整数）．

参考数据：sin64°≈0.90，cos64°≈0.44，tan64°≈2.05，　取 1.414．

【考点】TB：解直角三角形的应用－方向角问题．

【分析】如图作 $PC\perp AB$ 于 C．分别在 Rt△APC，Rt△PCB 中求解即可解决问题．

【解答】解：如图作 $PC\perp AB$ 于 C．

由题意∠A＝64°，∠B＝45°，PA＝120，

在 Rt△APC 中，sin$A$　　，cos$A$　　，

∴PC＝PA•sin$A$＝120•sin64°，

AC＝PA•cos$A$＝120•cos64°，

在 Rt△PCB 中，∵∠B＝45°，

∴PC＝BC，

∴PB　　153．

$\therefore AB=AC+BC=120\cdot\cos64^\circ+120\cdot\sin64^\circ$

$\approx120\times0.90+120\times0.44$

≈161．

答：BP 的长为 153 海里和 BA 的长为 161 海里．

【点评】本题考查了解直角三角形的应用－－方向角问题，结合航海中的实际问题，将解直角三角形的相关知识有机结合，体现了数学应用于实际生活的思想．

23．（10 分）用 $A4$ 纸复印文件，在甲复印店不管一次复印多少页，每页收费 0.1 元．在乙复印店复印同样的文件，一次复印页数不超过 20 时，每页收费 0.12 元；一次复印页数超过 20 时，超过部分每页收费 0.09 元．

设在同一家复印店一次复印文件的页数为 x（x 为非负整数）．

（1）根据题意，填写下表：

一次复印页数（页）	5	10	20	30	…
甲复印店收费（元）	0.5	1	2	3	…
乙复印店收费（元）	0.6	1.2	2.4	3.3	…

（2）设在甲复印店复印收费 y_1 元，在乙复印店复印收费 y_2 元，分别写出 y_1，y_2 关于 x 的函数关系式；

（3）当 $x>70$ 时，顾客在哪家复印店复印花费少？请说明理由．

【考点】FH：一次函数的应用．

【分析】（1）根据收费标准，列代数式求得即可；

（2）根据收费等于每页收费乘以页数即可求得 $y_1=0.1x$（$x\geqslant0$）；当一次复印页数不超过

20 时，根据收费等于每页收费乘以页数即可求得 $y_2=0.12x$，当一次复印页数超过 20 时，根据题意求得 $y_2=0.09x+0.6$；

（3）设 $y=y_1-y_2$，得到 y 与 x 的函数关系，根据 y 与 x 的函数关系式即可作出判断．

【解答】解：（1）当 $x=10$ 时，甲复印店收费为：0，$1\times10=1$；乙复印店收费为：$0.12\times10=1.2$；

当 $x=30$ 时，甲复印店收费为：0，$1\times30=3$；乙复印店收费为：$0.12\times20+0.09\times10=3.3$；

故答案为 1，3；1.2，3.3；

（2）$y_1=0.1x$（$x\geqslant0$）；

y_2 ；

（3）顾客在乙复印店复印花费少；

当 $x>70$ 时，$y_1=0.1x$，$y_2=0.09x+0.6$，

设 $y=y_1-y_2$，

$\therefore y_1-y_2=0.1x-(0.09x+0.6)=0.01x-0.6$，

设 $y=0.01x-0.6$，

由 $0.01>0$，则 y 随 x 的增大而增大，

当 $x=70$ 时，$y=0.1$

$\therefore x>70$ 时，$y>0.1$，

$\therefore y_1>y_2$，

$\therefore$当 $x>70$ 时，顾客在乙复印店复印花费少．

【点评】本题考查了一次函数的应用，读懂题目信息，列出函数关系式是解题的关键．

24．（10 分）将一个直角三角形纸片 ABO 放置在平面直角坐标系中，点 ，点 B（0，1），点 O（0，0）．P 是边 AB 上的一点（点 P 不与点 A，B 重合），沿着 OP 折叠该纸片，得点 A 的对应点 A'．

（1）如图①，当点 A'在第一象限，且满足 $A'B\perp OB$ 时，求点 A'的坐标；

（2）如图②，当 P 为 AB 中点时，求 $A'B$ 的长；

（3）当 $\angle BPA=30°$ 时，求点 P 的坐标（直接写出结果即可）．

【考点】RB：几何变换综合题．

【分析】(1)由点 A 和 B 的坐标得出 OA ，$OB=1$，由折叠的性质得：$OA'=OA$ ，由勾股定理求出 $A'B$ ，即可得出点 A'的坐标为（ ，1）；

（2）由勾股定理求出 AB 2，证出 $OB=OP=BP$，得出△BOP 是等边三角形，得出∠BOP=∠BPO=60°，求出∠OPA=120°，由折叠的性质得：∠OPA'=∠OPA=120°，PA'=PA=1，证出 OB∥PA'，得出四边形 $OPA'B$ 是平行四边形，即可得出 $A'B$=OP=1；

（3)分两种情况：①点 A'在 y 轴上，由 SSS 证明△OPA'≌△OPA，得出∠$A'OP$=∠AOP ∠AOB=45°，得出点 P 在∠AOB 的平分线上，由待定系数法求出直线 AB 的解析式为

y x+1，即可得出点 P 的坐标；

②由折叠的性质得：∠A'=∠A=30°，OA'=OA，作出四边形 $OAPA'$是菱形，得出 PA =OA ，作 PM⊥OA 于 M，由直角三角形的性质求出 PM PA ，把 y 代入 y x+1 求出点 P 的纵坐标即可．

【解答】解：(1）∵点 ，点 B（0，1），

∴OA ，OB=1，

由折叠的性质得：OA'=OA ，

∵$A'B$⊥OB，

∴∠$A'BO$=90°，

在 Rt△$A'OB$ 中，$A'B$ ，

∴点 A'的坐标为（ ，1）；

（2）在 Rt△ABO 中，OA ，OB＝1，

∴AB 2，

∵P 是 AB 的中点，

∴AP＝BP＝1，OP AB＝1，

∴OB＝OP＝BP

∴△BOP 是等边三角形，

∴∠BOP＝∠BPO＝60°，

∴∠OPA＝180°－∠BPO＝120°，

由折叠的性质得：∠OPA'＝∠OPA＝120°，PA'＝PA＝1，

∴∠BOP+∠OPA'＝180°，

∴OB∥PA'，

又∵OB＝PA'＝1，

∴四边形 $OPA'B$ 是平行四边形，

∴$A'B$＝OP＝1；

（3）设 P（x，y），分两种情况：

①如图③所示：点 A'在 y 轴上，

在△OPA'和△OPA 中， ，

∴△OPA'≌△OPA（SSS），

∴∠$A'OP$＝∠AOP ∠AOB＝45°，

∴点 P 在∠AOB 的平分线上，

设直线 AB 的解析式为 y＝kx+b，

把点，点 B（0，1）代入得：，

解得：，

∴直线 AB 的解析式为 y x+1，

∵P（x，y），

∴x x+1，

解得：x，

∴P（，）；

②如图④所示：

由折叠的性质得：$\angle A'=\angle A=30°$，$OA'=OA$，

∵$\angle BPA'=30°$，

∴$\angle A'=\angle A=\angle BPA'$，

∴$OA'\parallel AP$，$PA'\parallel OA$，

∴四边形 $OAPA'$是菱形，

∴$PA=OA$，作 $PM\perp OA$ 于 M，如图④所示：

∵$\angle A=30°$，

∴PM PA，

把 y 代入 y x+1 得：x+1，

解得：x，

∴P（，）；

综上所述：当∠BPA=30°时，点 P 的坐标为（　　，　　）或（　　，　　）.

【点评】本题是几何变换综合题目，考查了折叠的性质、坐标与图形性质、勾股定理、平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、角平分线的性质、直角三角形的性质、待定系数法求直线的解析式、菱形的判定与性质等知识；本题综合性强，难度较大.

25.（10分）已知抛物线 $y=x^2+bx-3$（b 是常数）经过点 A（-1，0）.

（1）求该抛物线的解析式和顶点坐标；

（2）P（m，t）为抛物线上的一个动点，P 关于原点的对称点为 P'.

①当点 P'落在该抛物线上时，求 m 的值；

②当点 P'落在第二象限内，$P'A^2$ 取得最小值时，求 m 的值.

【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】（1）把 A 点坐标代入抛物线解析式可求得 b 的值，则可求得抛物线解析式，进一步可求得其顶点坐标；

（2）①由对称可表示出 P' 点的坐标，再由 P 和 P' 都在抛物线上，可得到关于 m 的方程，可求得 m 的值；②由点 P' 在第二象限，可求得 t 的取值范围，利用两点间距离公式可用 t 表示出 $P'A^2$，再由点 P' 在抛物线上，可以消去 m，整理可得到关于 t 的二次函数，利用二次函数的性质可求得其取得最小值时 t 的值，则可求得 m 的值.

【解答】解：

（1）∵抛物线 $y=x^2+bx-3$ 经过点 A（-1，0），

∴$0=1-b-3$，解得 $b=-2$，

∴抛物线解析式为 $y=x^2-2x-3$，

∵$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

∴抛物线顶点坐标为（1，-4）；

（2）①由 P（m，t）在抛物线上可得 $t=m^2-2m-3$，

∵点 P' 与 P 关于原点对称，

∴P'（$-m$，$-t$），

∵点 P' 落在抛物线上，

∴$-t=(-m)^2-2(-m)-3$，即 $t=-m^2-2m+3$，

∴$m^2-2m-3=-m^2-2m+3$，解得 m 或 m ；

②由题意可知 P'（$-m$，$-t$）在第二象限，

∴$-m<0$，$-t>0$，即 $m>0$，$t<0$，

∵抛物线的顶点坐标为（1，-4），

∴$-4\leqslant t<0$，

∵P 在抛物线上，

∴$t=m^2-2m-3$，

∴$m^2-2m=t+3$，

∵A（-1，0），P'（$-m$，$-t$），

∴$P'A^2=(-m+1)^2+(-t)^2=m^2-2m+1+t^2=t^2+t+4=(t\quad)^2$ ；

∴当 t 时，$P'A^2$ 有最小值，

∴ m^2-2m-3，解得 m 或 m ，

∵$m>0$，

∴m 不合题意，舍去，

∴m 的值为 .

【点评】本题为二次函数的综合应用，涉及待定系数法、中心对称、二次函数的性质、勾股定理、方程思想等知识．在（1）中注意待定系数法的应用，在（2）①中求得 P' 点的坐标，得到关于 m 的方程是解题的关键，在（2）②中用 t 表示出 $P'A^2$ 是解题的关键．本题考查知识点较多，综合性较强，难度适中．