

## 2015 年天津市中考数学试卷（教师版）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 计算  $(-18) \div 6$  的结果等于 ( )

- A. -3                      B. 3                      C.  $-\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{3}$

【考点】1D：有理数的除法．

【分析】根据有理数的除法，即可解答．

【解答】解： $(-18) \div 6 = -3$ ．

故选：A．

【点评】本题考查了有理数的除法，解决本题的关键是熟记有理数除法的法则．

2. (3 分)  $\cos 45^\circ$  的值等于 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       D.  $\sqrt{3}$

【考点】T5：特殊角的三角函数值．

【分析】将特殊角的三角函数值代入求解．

【解答】解： $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ．

故选：B．

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值，解答本题的关键是掌握几个特殊角的三角函数值．

3. (3 分) 在一些美术字中，有的汉字是轴对称图形．下面 4 个汉字中，可以看作是轴对称图形的是 ( )

- A. 吉                      B. 祥                      C. 如                      D. 意

【考点】P3：轴对称图形．

【分析】根据轴对称图形的概念求解．

【解答】解：A、是轴对称图形，故本选项正确；

B、不是轴对称图形，故本选项错误；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项错误。

故选：A。

**【点评】** 本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合。

4. (3分) 据 2015 年 5 月 4 日《天津日报》报道，“五一”三天假期，全市共接待海内外游客约 2270000 人次。将 2270000 用科学记数法表示应为 ( )

A.  $0.227 \times 10^7$       B.  $2.27 \times 10^6$       C.  $22.7 \times 10^5$       D.  $227 \times 10^4$

**【考点】** 11：科学记数法—表示较大的数。

**【分析】** 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数。确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值  $> 1$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数。

**【解答】** 解：将 2270000 用科学记数法表示为  $2.27 \times 10^6$ 。

故选：B。

**【点评】** 此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值。

5. (3分) 如图是一个由 4 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是 ( )

A.

B.

C.

D.

**【考点】** U2：简单组合体的三视图。

**【分析】** 找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中。

**【解答】** 解：从正面看易得第一层有 3 个正方形，第二层最左边有一个正方形。

故选：A。

**【点评】** 本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图。

6. (3分) 估计  $\sqrt{11}$  的值在 ( )

- A. 在 1 和 2 之间    B. 在 2 和 3 之间    C. 在 3 和 4 之间    D. 在 4 和 5 之间

**【考点】** 2B: 估算无理数的大小.

**【分析】** 由于  $9 < 11 < 16$ , 于是  $3 < \sqrt{11} < 4$ , 从而有  $3 < \sqrt{11} < 4$ .

**【解答】** 解:  $\because 9 < 11 < 16$ ,

$\therefore 3 < \sqrt{11} < 4$ ,

$\therefore 3 < \sqrt{11} < 4$ .

故选: C.

**【点评】** 本题考查了无理数的估算, 解题关键是确定无理数的整数部分即可解决问题.

7. (3分) 在平面直角坐标系中, 把点  $P(-3, 2)$  绕原点  $O$  顺时针旋转  $180^\circ$ , 所得到的对应点  $P'$  的坐标为 ( )

- A. (3, 2)    B. (2, -3)    C. (-3, -2)    D. (3, -2)

**【考点】** R7: 坐标与图形变化 - 旋转.

**【分析】** 将点  $P$  绕原点  $O$  顺时针旋转  $180^\circ$ , 实际上是求点  $P$  关于原点的对称点的坐标.

**【解答】** 解: 根据题意得, 点  $P$  关于原点的对称点是点  $P'$ ,

$\because P$  点坐标为  $(-3, 2)$ ,

$\therefore$  点  $P'$  的坐标  $(3, -2)$ .

故选: D.

**【点评】** 本题考查了坐标与图形的变换 - 旋转, 熟练掌握关于原点的对称点的坐标特征是解决问题的关键.

8. (3分) 分式方程  $\frac{2x}{x-3} = \frac{3x-9}{x-3}$  的解为 ( )

- A.  $x=0$     B.  $x=3$     C.  $x=5$     D.  $x=9$

**【考点】** B3: 解分式方程.

**【分析】** 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到  $x$  的值, 经检验即可得到分式方程的解.

**【解答】** 解: 去分母得:  $2x = 3x - 9$ ,

解得:  $x=9$ ,

经检验  $x=9$  是分式方程的解，

故选：D.

**【点评】**此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．解分式方程一定要注意要验根．

9. (3分) 已知反比例函数  $y = \frac{6}{x}$ ，当  $1 < x < 3$  时， $y$  的取值范围是 ( )

- A.  $0 < y < 1$       B.  $1 < y < 2$       C.  $2 < y < 6$       D.  $y > 6$

**【考点】**G4：反比例函数的性质．

**【分析】**利用反比例函数的性质，由  $x$  的取值范围并结合反比例函数的图象解答即可．

**【解答】**解：∵  $k=6 > 0$ ，

∴ 在每个象限内  $y$  随  $x$  的增大而减小，

又∵ 当  $x=1$  时， $y=6$ ，

当  $x=3$  时， $y=2$ ，

∴ 当  $1 < x < 3$  时， $2 < y < 6$ ．

故选：C.

**【点评】**本题主要考查反比例函数的性质，当  $k > 0$  时，在每一个象限内， $y$  随  $x$  的增大而减小；当  $k < 0$  时，在每一个象限， $y$  随  $x$  的增大而增大．

10. (3分) 已知一个表面积为  $12dm^2$  的正方体，则这个正方体的棱长为 ( )

- A.  $1dm$       B.  $\frac{1}{2}dm$       C.  $\frac{1}{3}dm$       D.  $3dm$

**【考点】**22：算术平方根．

**【分析】**根据正方体的表面积公式： $s=6a^2$ ，解答即可．

**【解答】**解：因为正方体的表面积公式： $s=6a^2$ ，

可得： $6a^2=12$ ，

解得： $a = \frac{1}{2}$ ．

故选：B.

**【点评】**此题主要考查正方体的表面积公式的灵活运用，关键是根据公式进行计算．

11. (3分) 如图，已知  $\square ABCD$  中， $AE \perp BC$  于点  $E$ ，以点  $B$  为中心，取旋转角等于  $\angle ABC$ ，把  $\triangle BAE$  顺时针旋转，得到  $\triangle BA'E'$ ，连接  $DA'$ ．若  $\angle ADC=60^\circ$ ， $\angle ADA' = 50^\circ$ ，则  $\angle DA'E'$  的大小为 ( )

- A.  $130^\circ$                   B.  $150^\circ$                   C.  $160^\circ$                   D.  $170^\circ$

**【考点】**L5: 平行四边形的性质; R2: 旋转的性质.

**【分析】**根据平行四边形对角相等、邻角互补, 得 $\angle ABC=60^\circ$ ,  $\angle DCB=120^\circ$ , 再由 $\angle A'DC=10^\circ$ , 可运用三角形外角求出 $\angle DA'B=130^\circ$ , 再根据旋转的性质得到 $\angle BA'E'=\angle BAE=30^\circ$ , 从而得到答案.

**【解答】**解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $\angle ADC=60^\circ$ ,

$$\therefore \angle ABC=60^\circ, \angle DCB=120^\circ,$$

$$\therefore \angle ADA'=50^\circ,$$

$$\therefore \angle A'DC=10^\circ,$$

$$\therefore \angle DA'B=130^\circ,$$

$\because AE \perp BC$  于点  $E$ ,

$$\therefore \angle BAE=30^\circ,$$

$\because \triangle BAE$  顺时针旋转, 得到  $\triangle BA'E'$ ,

$$\therefore \angle BA'E'=\angle BAE=30^\circ,$$

$$\therefore \angle DA'E'=\angle DA'B+\angle BA'E'=160^\circ.$$

故选: C.

**【点评】**本题主要考查了平行四边形的性质, 三角形内角和定理及推论, 旋转的性质, 此题难度不大, 关键是能综合运用以上知识点求出 $\angle DA'B$ 和 $\angle BA'E'$ .

12. (3分) 已知抛物线  $y = x^2 - x + 6$  与  $x$  轴交于点  $A$ , 点  $B$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ . 若  $D$  为  $AB$  的中点, 则  $CD$  的长为 ( )

- A.                          B.                          C.                          D.

**【考点】**HA: 抛物线与  $x$  轴的交点.

**【分析】**令  $y=0$ , 则  $x^2 - x + 6=0$ , 由此得到  $A$ 、 $B$  两点坐标, 由  $D$  为  $AB$  的中点,

知  $OD$  的长,  $x=0$  时,  $y=6$ , 所以  $OC=6$ , 根据勾股定理求出  $CD$  即可.

**【解答】**解: 令  $y=0$ , 则  $x^2 - x + 6 = 0$ ,

解得:  $x_1=12, x_2=-3$

$\therefore A、B$  两点坐标分别为  $(12, 0)(-3, 0)$

$\therefore D$  为  $AB$  的中点,

$\therefore D(4.5, 0)$ ,

$\therefore OD=4.5$ ,

当  $x=0$  时,  $y=6$ ,

$\therefore OC=6$ ,

$\therefore CD$

故选:  $D$ .

**【点评】**本题主要考查了二次函数与一元二次方程的关系和抛物线的对称性, 求出  $AB$  中点  $D$  的坐标是解决问题的关键.

## 二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3分) 计算:  $x^2 \cdot x^5$  的结果等于  $x^7$ .

**【考点】**46: 同底数幂的乘法.

**【分析】**根据同底数幂的乘法, 可得答案.

**【解答】**解:  $x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$ ,

故答案为:  $x^7$ .

**【点评】**本题考查了同底数幂的乘法, 同底数幂的乘法底数不变指数相加.

14. (3分) 若一次函数  $y=2x+b$  ( $b$  为常数) 的图象经过点  $(1, 5)$ , 则  $b$  的值为  $3$ .

**【考点】**F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

**【分析】**把点  $(1, 5)$  代入函数解析式, 利用方程来求  $b$  的值.

**【解答】**解: 把点  $(1, 5)$  代入  $y=2x+b$ , 得

$5=2 \times 1+b$ ,

解得  $b=3$ .

故答案是:  $3$ .

**【点评】**本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 经过函数的某点一定在函数的图

象上.

15. (3分) 不透明袋子中装有 9 个球, 其中有 2 个红球、3 个绿球和 4 个蓝球, 这些球除颜

色外无其他差别. 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是红球的概率是\_\_ \_\_.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据概率的求法, 找准两点: ①全部情况的总数; ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

【解答】解:  $\because$  共  $4+3+2=9$  个球, 有 2 个红球,

$\therefore$  从袋子中随机摸出一个球, 它是红球的概率为 ,

故答案为: .

【点评】本题考查概率的求法: 如果一个事件有  $n$  种可能, 而且这些事件的可能性相同,

其中事件  $A$  出现  $m$  种结果, 那么事件  $A$  的概率  $P(A)$  .

16. (3分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $DE \parallel BC$ , 分别交  $AB, AC$  于点  $D, E$ . 若  $AD=3, DB=2, BC=6$ , 则  $DE$  的长为 3.6.

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】根据平行线得出  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ , 根据相似得出比例式, 代入求出即可.

【解答】解:  $\because AD=3, DB=2,$

$\therefore AB=AD+DB=5,$

$\because DE \parallel BC,$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$

$\therefore$  ,

$\because AD=3, AB=5, BC=6,$

$\therefore$  \_\_\_\_\_ ,

$\therefore DE=3.6$ .

故答案为：3.6.

**【点评】** 本题考查了相似三角形的性质和判定，关键是求出相似后得出比例式，题目比较典型，难度适中.

17. (3分) 如图，在正六边形  $ABCDEF$  中，连接对角线  $AC, CE, DF, EA, FB$ ，可以得到一个六角星. 记这些对角线的交点分别为  $H, I, J, K, L, M$ ，则图中等边三角形共有 8 个.

**【考点】** KL：等边三角形的判定；MM：正多边形和圆.

**【分析】** 在正六边形  $ABCDEF$  的六个顶点是圆的六等分点，即可求得图中每个角的度数，即可判断等边三角形的个数.

**【解答】** 解：等边三角形有  $\triangle AML, \triangle BHM, \triangle CHI, \triangle DIJ, \triangle EKJ, \triangle FLK, \triangle ACE, \triangle BDF$  共有 8 个.

故答案是：8.

**【点评】** 本题考查了正六边形的性质，正确理解正六边形  $ABCDEF$  的六个顶点是圆的六等分点是关键.

18. (3分) 在每个小正方形的边长为 1 的网格中. 点  $A, B, C, D$  均在格点上，点  $E, F$  分别为线段  $BC, DB$  上的动点，且  $BE=DF$ .

(I) 如图①，当  $BE$  \_\_\_\_\_ 时，计算  $AE+AF$  的值等于 \_\_\_\_\_

(II) 当  $AE+AF$  取得最小值时，请在如图②所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段  $AE, AF$ ，并简要说明点  $E$  和点  $F$  的位置如何找到的（不要求证明）取格点  $H, K$ ，连接  $BH, CK$ ，相交于点  $P$ ，连接  $AP$ ，与  $BC$  相交，得点  $E$ ，取格点  $M, N$  连接  $DM, CN$ ，相交于点  $G$ ，连接  $AG$ ，与  $BD$  相交，得点  $F$ ，线段  $AE, AF$  即为所求. \_\_\_\_\_.



**【考点】**KQ: 勾股定理; PA: 轴对称 - 最短路线问题.

**【分析】**(1) 根据勾股定理得出  $DB = 5$ , 进而得出  $AF = 2.5$ , 由勾股定理得出

$AE$  , 再解答即可;

(2) 首先确定  $E$  点, 要使  $AE+AF$  最小, 根据三角形两边之和大于第三边可知, 需要将  $AF$  移到  $AE$  的延长线上, 因此可以构造全等三角形, 首先选择格点  $H$  使  $\angle HBC = \angle ADB$ , 其次需要构造长度  $BP$  使  $BP = AD = 4$ , 根据勾股定理可知  $BH = 5$ , 结合相似

三角形选出格点  $K$ , 根据  $\frac{BP}{BH} = \frac{AD}{DB}$ , 得  $BP = BH \cdot \frac{AD}{DB} = 4 = DA$ , 易证  $\triangle ADF \cong \triangle PBE$ , 因此可得到  $PE = AF$ , 线段  $AP$  即为所求的  $AE+AF$  的最小值; 同理可确定  $F$  点, 因为  $AB \perp BC$ , 因此首先确定格点  $M$  使  $DM \perp DB$ , 其次确定格点  $G$  使  $DG = AB = 3$ ,

此时需要先确定格点  $N$ , 同样根据相似三角形性质得到  $\frac{DM}{DN} = \frac{AB}{DB}$ , 得

$DG = DM \cdot \frac{AB}{DB} = 3$ , 易证  $\triangle DFG \cong \triangle BEA$ , 因此可得到  $AE = GF$ , 故线段  $AG$  即为所求的  $AE+AF$  的最小值.

**【解答】**解: (1) 根据勾股定理可得:  $DB = 5$ , 因为  $AF \perp DB$ , 所以  $AF = 2.5$ .

因为  $BE = DF$ , 所以  $AE = AF = 2.5$ .

所以可得  $AF = 2.5$ .

根据勾股定理可得  $AE$  ,所以  $AE+AF$  ,

故答案为: ;

(2) 如图,

首先确定  $E$  点, 要使  $AE+AF$  最小, 根据三角形两边之和大于第三边可知, 需要将  $AF$  移到  $AE$  的延长线上, 因此可以构造全等三角形, 首先选择格点  $H$  使  $\angle HBC = \angle ADB$ , 其次需要构造长度  $BP$  使  $BP = AD = 4$ , 根据勾股定理可知  $BH$  5, 结合相似三

角形选出格点  $K$ , 根据 , 得  $BP = BH = 4 = DA$ , 易证  $\triangle ADF \cong \triangle PBE$ , 因此可得到  $PE = AF$ , 线段  $AP$  即为所求的  $AE+AF$  的最小值; 同理可确定  $F$  点, 因为  $AB \perp BC$ , 因此首先确定格点  $M$  使  $DM \perp DB$ , 其次确定格点  $G$  使  $DG = AB = 3$ ,

此时需要先确定格点  $N$ , 同样根据相似三角形性质得到 , 得

$DG = DM = 3 = 3$ , 易证  $\triangle DFG \cong \triangle BEA$ , 因此可得到  $AE = GF$ , 故线段  $AG$  即为所求的  $AE+AF$  的最小值.

故答案为: 取格点  $H, K$ , 连接  $BH, CK$ , 相交于点  $P$ , 连接  $AP$ , 与  $BC$  相交, 得点  $E$ , 取格点  $M, N$  连接  $DM, CN$ , 相交于点  $G$ , 连接  $AG$ , 与  $BD$  相交, 得点  $F$ , 线段  $AE, AF$  即为所求.

**【点评】** 此题考查最短路径问题, 关键是根据轴对称的性质进行分析解答.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

19. (8分) 解不等式组

请结合题意填空，完成本题的解答.

(I) 不等式①，得  $x \geq 3$ ；

(II) 不等式②，得  $x \leq 5$ ；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来

(IV) 原不等式组的解集为  $3 \leq x \leq 5$ .

**【考点】** C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组.

**【分析】** 分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可.

**【解答】** 解：(I) 不等式①，得  $x \geq 3$ ；

(II) 不等式②，得  $x \leq 5$ ；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来

(IV) 原不等式组的解集为  $3 \leq x \leq 5$ .

故答案分别为： $x \geq 3$ ， $x \leq 5$ ， $3 \leq x \leq 5$ .

**【点评】** 本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

20. (8分) 某商场服装部为了解服装的销售情况，统计了每位营业员在某月的销售额（单位：万元），并根据统计的这组数据，绘制出如下的统计图①和图②. 请根据相关信息，解答下列问题.

(I) 该商场服装部营业员的人数为 25，图①中  $m$  的值为 28

(II) 求统计的这组销售额数据的平均数、众数和中位数.

**【考点】** VB：扇形统计图；VC：条形统计图；W2：加权平均数；W4：中位数；W5：  
第 11 页 (共 20 页)

众数.

**【分析】**(1) 根据条形统计图即可得出样本容量根据扇形统计图得出  $m$  的值即可;

(2) 利用平均数、中位数、众数的定义分别求出即可;

**【解答】**解:(1) 根据条形图  $2+5+7+8+3=25$  (人),

$$m=100-20-32-12-8=28;$$

故答案为: 25, 28.

(2) 观察条形统计图,

$\therefore$

18.6,

$\therefore$ 这组数据的平均数是 18.6,

$\therefore$ 在这组数据中, 21 出现了 8 次, 出现的次数最多,

$\therefore$ 这组数据的众数是 21,

$\therefore$ 将这组数据按照由小到大的顺序排列, 其中处于中间位置的数是 18,

$\therefore$ 这组数据的中位数是 18.

**【点评】**此题主要考查了平均数、众数、中位数的统计意义以及利用样本估计总体等知识. 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个; 平均数是指在—组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

21. (10分) 已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  是  $\odot O$  上的三个点. 四边形  $OABC$  是平行四边形, 过点  $C$  作  $\odot O$  的切线, 交  $AB$  的延长线于点  $D$ .

(I) 如图①, 求  $\angle ADC$  的大小.

(II) 如图②, 经过点  $O$  作  $CD$  的平行线, 与  $AB$  交于点  $E$ , 与  $\odot O$  交于点  $F$ , 连接  $AF$ , 求  $\angle FAB$  的大小.

**【考点】**L5: 平行四边形的性质; MC: 切线的性质.

**【分析】**(I) 由  $CD$  是  $\odot O$  的切线,  $C$  为切点, 得到  $OC \perp CD$ , 即  $\angle OCD = 90^\circ$  由于四边形  $OABC$  是平行四边形, 得到  $AB \parallel OC$ , 即  $AD \parallel OC$ , 根据平行四边形的性质即可得到结果.

(II) 如图, 连接  $OB$ , 则  $OB = OA = OC$ , 由四边形  $OABC$  是平行四边形, 得到  $OC = AB$ ,  $\triangle AOB$  是等边三角形, 证得  $\angle AOB = 60^\circ$ , 由  $OF \parallel CD$ , 又  $\angle ADC = 90^\circ$ , 得  $\angle AEO = \angle ADC = 90^\circ$ , 根据垂径定理即可得到结果.

**【解答】**解: (I)  $\because CD$  是  $\odot O$  的切线,  $C$  为切点,

$\therefore OC \perp CD$ , 即  $\angle OCD = 90^\circ$

$\because$  四边形  $OABC$  是平行四边形,

$\therefore AB \parallel OC$ , 即  $AD \parallel OC$ ,

有  $\angle ADC + \angle OCD = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle OCD = 90^\circ$ ;

(II) 如图②, 连接  $OB$ , 则  $OB = OA = OC$ ,

$\because$  四边形  $OABC$  是平行四边形,

$\therefore OC = AB$ ,

$\therefore OA = OB = AB$ ,

即  $\triangle AOB$  是等边三角形,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$ ,

由  $OF \parallel CD$ , 又  $\angle ADC = 90^\circ$ ,

得  $\angle AEO = \angle ADC = 90^\circ$ ,

$\therefore OF \perp AB$ ,

$\therefore$  ,

$\therefore \angle FOB = \angle FOA = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ$ ,

$\therefore$  .

**【点评】** 本题考查了切线的性质，平行四边形的性质，垂径定理，等边三角形的判定，熟练掌握定理是解题的关键.

22. (10分) 如图，某建筑物  $BC$  顶部有一旗杆  $AB$ ，且点  $A, B, C$  在同一条直线上，小红在  $D$  处观测旗杆顶部  $A$  的仰角为  $47^\circ$ ，观测旗杆底部  $B$  的仰角为  $42^\circ$  已知点  $D$  到地面的距离  $DE$  为  $1.56m$ ， $EC=21m$ ，求旗杆  $AB$  的高度和建筑物  $BC$  的高度（结果保留小数后一位）. 参考数据： $\tan 47^\circ \approx 1.07$ ， $\tan 42^\circ \approx 0.90$ .



**【考点】** TA：解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

**【分析】** 根据题意分别在两个直角三角形中求得  $AF$  和  $BF$  的长后求差即可得到旗杆的高度，进而求得  $BC$  的高度.

**【解答】** 解：根据题意得  $DE=1.56$ ， $EC=21$ ， $\angle ACE=90^\circ$ ， $\angle DEC=90^\circ$  .

过点  $D$  作  $DF \perp AC$  于点  $F$  .

则  $\angle DFC=90^\circ$   $\angle ADF=47^\circ$ ， $\angle BDF=42^\circ$  .

$\because$  四边形  $DECF$  是矩形.

$\therefore DF=EC=21$ ， $FC=DE=1.56$ ，

在直角  $\triangle DFA$  中， $\tan \angle ADF$  \_\_\_\_\_，

$\therefore AF=DF \cdot \tan 47^\circ \approx 21 \times 1.07=22.47$  (m).

在直角  $\triangle DFB$  中， $\tan \angle BDF$  \_\_\_\_\_，

$$\therefore BF = DF \cdot \tan 42^\circ \approx 21 \times 0.90 = 18.90 \text{ (m)},$$

$$\text{则 } AB = AF - BF = 22.47 - 18.90 = 3.57 \approx 3.6 \text{ (m)}.$$

$$BC = BF + FC = 18.90 + 1.56 = 20.46 \approx 20.5 \text{ (m)}.$$

答：旗杆  $AB$  的高度约是 3.6m，建筑物  $BC$  的高度约是 20.5 米。

**【点评】** 此题考查的知识点是解直角三角形的应用，解题的关键是把实际问题转化为解直角三角形问题，先得到等腰直角三角形，再根据三角函数求解。

23. (10分) 1号探测气球从海拔 5m 处出发，以  $1\text{m}/\text{min}$  的速度上升。与此同时，2号探测气球从海拔 15m 处出发，以  $0.5\text{m}/\text{min}$  的速度上升，两个气球都匀速上升了  $50\text{min}$ 。

设气球球上升时间为  $x\text{min}$  ( $0 \leq x \leq 50$ )

(I) 根据题意，填写下表：

上升时间/ $\text{min}$	10	30	...	$x$
1号探测气球所在位置的海拔/ $\text{m}$	15	35	...	$x+5$
2号探测气球所在位置的海拔/ $\text{m}$	20	30	...	$0.5x+15$

(II) 在某时刻两个气球能否位于同一高度？如果能，这时气球上升了多长时间？位于什么高度？如果不能，请说明理由；

(III) 当  $30 \leq x \leq 50$  时，两个气球所在位置的海拔最多相差多少米？

**【考点】** FH：一次函数的应用。

**【分析】** (I) 根据“1号探测气球从海拔 5m 处出发，以  $1\text{m}/\text{min}$  的速度上升。与此同时，2号探测气球从海拔 15m 处出发，以  $0.5\text{m}/\text{min}$  的速度上升”，得出1号探测气球、2号探测气球的函数关系式；

(II) 两个气球能位于同一高度，根据题意列出方程，即可解答；

(III) 由题意，可知1号气球所在的位置的海拔始终高于2号气球，设两个气球在同一时刻所在位置的海拔相差  $y\text{m}$ ，则  $y = (x+5) - (0.5x+15) = 0.5x - 10$ ，根据  $x$  的取值范围，利用一次函数的性质，即可解答。

**【解答】**解：（I）根据题意得：1号探测气球所在位置的海拔： $m_1=x+5$ ，2号探测气球所在位置的海拔： $m_2=0.5x+15$ ；

当  $x=30$  时， $m_1=30+5=35$ ；当  $x=10$  时， $m_2=5+15=20$ ，

故答案为：35， $x+5$ ，20， $0.5x+15$ ．

（II）两个气球能位于同一高度，

根据题意得： $x+5=0.5x+15$ ，

解得： $x=20$ ，有  $x+5=25$ ，

答：此时，气球上升了 20 分钟，都位于海拔 25 米的高度．

（III）当  $30 \leq x \leq 50$  时，

由题意，可知 1 号气球所在的位置的海拔始终高于 2 号气球，

设两个气球在同一时刻所在位置的海拔相差  $y$  米，

则  $y=(x+5)-(0.5x+15)=0.5x-10$ ，

$\because 0.5 > 0$ ，

$\therefore y$  随  $x$  的增大而增大，

$\therefore$  当  $x=50$  时， $y$  取得最大值 15，

答：两个气球所在位置海拔最多相差 15 米．

**【点评】** 本题考查了一次函数的应用，解决本题的关键是根据题意，列出函数解析式．

24. (10分) 将一个直角三角形纸片  $ABO$ ，放置在平面直角坐标系中，点  $A$  ( , 0)，点  $B$  (0, 1)，点  $O$  (0, 0)．过边  $OA$  上的动点  $M$  (点  $M$  不与点  $O, A$  重合) 作  $MN \perp AB$  于点  $N$ ，沿着  $MN$  折叠该纸片，得顶点  $A$  的对应点  $A'$ ，设  $OM=m$ ，折叠后的  $\triangle A' MN$  与四边形  $OMNB$  重叠部分的面积为  $S$ ．

(I) 如图①，当点  $A'$  与顶点  $B$  重合时，求点  $M$  的坐标；

(II) 如图②，当点  $A'$  落在第二象限时， $A' M$  与  $OB$  相交于点  $C$ ，试用含  $m$  的式子表示  $S$ ；

(III) 当  $S$  时，求点  $M$  的坐标 (直接写出结果即可)．



【考点】FI：一次函数综合题．

【分析】（I）根据折叠的性质得出  $BM=AM$ ，再由勾股定理进行解答即可；

（II）根据勾股定理和三角形的面积得出  $\triangle AMN$ ， $\triangle COM$  和  $\triangle ABO$  的面积，进而表示出  $S$  的代数式即可；

（III）把  $S$  代入解答即可．

【解答】解：（I）在  $\text{Rt}\triangle ABO$  中，点  $A$ （ $\sqrt{3}$ ，0），点  $B$ （0，1），点  $O$ （0，0），

$\therefore OA = \sqrt{3}$ ， $OB=1$ ，

由  $OM=m$ ，可得： $AM=OA-OM = \sqrt{3}-m$ ，

根据题意，由折叠可知  $\triangle BMN \cong \triangle AMN$ ，

$\therefore BM=AM = \sqrt{3}-m$ ，

在  $\text{Rt}\triangle MOB$  中，由勾股定理， $BM^2=OB^2+OM^2$ ，

可得： $(\sqrt{3}-m)^2=1+m^2$ ，解得  $m = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ，

$\therefore$  点  $M$  的坐标为  $(\frac{\sqrt{3}-1}{2}, 0)$ ；

（II）在  $\text{Rt}\triangle ABO$  中， $\tan\angle OAB = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ，

$\therefore \angle OAB=30^\circ$ ，

由  $MN \perp AB$ ，可得： $\angle MNA=90^\circ$ ，

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle AMN$  中， $MN=AM \cdot \sin\angle OAB = (\sqrt{3}-m) \cdot \frac{1}{2}$ ，

$$AN = AN \cdot \cos \angle OAB$$

$$\therefore$$

由折叠可知  $\triangle A'MN \cong \triangle AMN$ ，则  $\angle A' = \angle OAB = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle A'MO = \angle A' + \angle OAB = 60^\circ$$

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle COM$  中，可得  $CO = OM \cdot \tan \angle A'MO$   $m$ ，

$$\therefore$$

$$\therefore$$

$$\therefore$$

即

(III) ①当点  $A'$  落在第二象限时，把  $S$  的值代入 (2) 中的函数关系式中，解方程求得  $m$ ，根据  $m$  的取值范围判断取舍，两个根都舍去了；

②当点  $A'$  落在第一象限时，则  $S = S_{\text{Rt}\triangle AMN}$ ，根据 (2) 中  $\text{Rt}\triangle AMN$  的面积列方程求

解，根据此时  $m$  的取值范围，把  $S$  代入，可得点  $M$  的坐标为  $(\quad, 0)$ 。

**【点评】** 此题考查了一次函数的综合问题，关键是利用勾股定理、三角形的面积，三角函数的运用进行分析。

25. (10分) 已知二次函数  $y = x^2 + bx + c$  ( $b, c$  为常数)。

(I) 当  $b = 2, c = -3$  时，求二次函数的最小值；

(II) 当  $c = 5$  时，若在函数值  $y = 1$  的情况下，只有一个自变量  $x$  的值与其对应，求此时二次函数的解析式；

(III) 当  $c = b^2$  时，若在自变量  $x$  的值满足  $b \leq x \leq b + 3$  的情况下，与其对应的函数值  $y$  的最小值为 21，求此时二次函数的解析式。

**【考点】** H3：二次函数的性质；H7：二次函数的最值。

【分析】(I) 把  $b=2, c=-3$  代入函数解析式, 求二次函数的最小值;

(II) 根据当  $c=5$  时, 若在函数值  $y=1$  的情况下, 只有一个自变量  $x$  的值与其对应, 得到  $x^2+bx+5=1$  有两个相等是实数根, 求此时二次函数的解析式;

(III) 当  $c=b^2$  时, 写出解析式, 分三种情况进行讨论即可.

【解答】解: (I) 当  $b=2, c=-3$  时, 二次函数的解析式为  $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$ ,

$\therefore$  当  $x=-1$  时, 二次函数取得最小值  $-4$ ;

(II) 当  $c=5$  时, 二次函数的解析式为  $y=x^2+bx+5$ ,

由题意得,  $x^2+bx+5=1$  有两个相等是实数根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 16 = 0,$$

解得,  $b_1=4, b_2=-4$ ,

$\therefore$  二次函数的解析式  $y=x^2+4x+5, y=x^2-4x+5$ ;

(III) 当  $c=b^2$  时, 二次函数解析式为  $y=x^2+bx+b^2$ ,

图象开口向上, 对称轴为直线  $x = -\frac{b}{2}$ ,

①当  $-\frac{b}{2} \leq b$ , 即  $b \geq 0$  时,

在自变量  $x$  的值满足  $b \leq x \leq b+3$  的情况下,  $y$  随  $x$  的增大而增大,

$\therefore$  当  $x=b$  时,  $y=b^2+b \cdot b+b^2=3b^2$  为最小值,

$$\therefore 3b^2=21, \text{ 解得, } b_1=\sqrt{7} \text{ (舍去), } b_2=-\sqrt{7};$$

②当  $-\frac{b}{2} > b$ , 即  $-2 \leq b < 0$  时,

$\therefore x = -\frac{b}{2}$ ,  $y = \frac{3}{4}b^2$  为最小值,

$$\therefore \frac{3}{4}b^2=21, \text{ 解得, } b_1=-2\sqrt{3} \text{ (舍去), } b_2=2\sqrt{3} \text{ (舍去);}$$

③当  $-\frac{b}{2} < b+3$ , 即  $b < -2$  时,

在自变量  $x$  的值满足  $b \leq x \leq b+3$  的情况下,  $y$  随  $x$  的增大而减小,

故当  $x=b+3$  时,  $y=(b+3)^2+b(b+3)+b^2=3b^2+9b+9$  为最小值,

$\therefore 3b^2+9b+9=21$ . 解得,  $b_1=1$  (舍去),  $b_2=-4$ ;

$\therefore b$  时, 解析式为:  $y=x^2-x+7$

$b=-4$  时, 解析式为:  $y=x^2-4x+16$ .

综上所述, 此时二次函数的解析式为  $y=x^2-x+7$  或  $y=x^2-4x+16$ .

**【点评】** 本题考查了二次函数的最值: 当  $a>0$  时, 抛物线在对称轴左侧,  $y$  随  $x$  的增大而减少; 在对称轴右侧,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 因为图象有最低点, 所以函数有最小值,

当  $x$  时,  $y$  ; 当  $a<0$  时, 抛物线在对称轴左侧,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 在对称轴右侧,  $y$  随  $x$  的增大而减少, 因为图象有最高点, 所以函数有最大值, 当

$x$  时,  $y$  ; 确定一个二次函数的最值, 首先看自变量的取值范围, 当自变量取全体实数时, 其最值为抛物线顶点坐标的纵坐标; 当自变量取某个范围时, 要分别求出顶点和函数端点处的函数值, 比较这些函数值, 从而获得最值.