2016年天津市中考数学试卷（教师版）

一、选择题：本大题共12小题，每小题3分，共36分

1.（3分）计算（－2）－5的结果等于（　　）

A．－7　　B．－3　　C．3　　D．7

【考点】1A：有理数的减法．

【分析】根据减去一个数等于加上这个数的相反数进行计算即可得解．

【解答】解：（－2）－5=（－2）+（－5）=－（2+5）=－7，

故选：A．

【点评】本题考查了有理数的减法，减去一个数等于加上这个数的相反数是解题关键．

2.（3分）sin60°的值等于（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\sqrt{3}$

【考点】T5：特殊角的三角函数值．

【分析】直接利用特殊角的三角函数值求出答案．

【解答】解：sin60°$=\frac{\sqrt{3}}{2}$．

故选：C．

【点评】此题主要考查了特殊角的三角函数值，正确把握定义是解题关键．

3.（3分）下列图形中，可以看作是中心对称图形的是（　　）

A．

B．

C．

D．

【考点】R5：中心对称图形．

【分析】根据中心对称图形的概念求解．

【解答】解：A、不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转180度后它的两

部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；

B、是中心对称图形，故此选项正确；

C、不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180 度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；

D、不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180 度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误．

故选：B．

【点评】此题主要考查了中心对称图形的概念：中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

4.（3 分）2016 年 5 月 24 日《天津日报》报道，2015 年天津外环线内新栽植树木 6120000 株，将 6120000 用科学记数法表示应为（　　）

A．0.612×10^7　　B．6.12×10^6　　C．61.2×10^5　　D．612×10^4

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数．

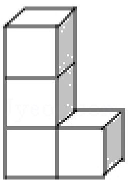
【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于 10 时，n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时，n 是负数．

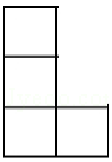
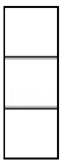
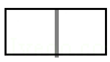
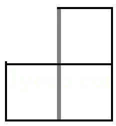
【解答】解：$6120000=6.12\times10^6$，

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

5.（3 分）如图是一个由 4 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是（　　）



A．　B．　C．　D．

【考点】U2：简单组合体的三视图．

【分析】找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中．

【解答】解：从正面看易得第一层有 2 个正方形，第二层左边有一个正方形，第三层左

边有一个正方形．

故选：A．

【点评】本题考查了简单组合体的三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图．

6．（3分）估计$\sqrt{19}$的值在（　　）

A．2和3之间　　B．3和4之间　　C．4和5之间　　D．5和6之间

【考点】2B：估算无理数的大小．

【分析】直接利用二次根式的性质得出$\sqrt{19}$的取值范围．

【解答】解：∵$\sqrt{16}<\sqrt{19}<\sqrt{25}$，

∴$\sqrt{19}$的值在4和5之间．

故选：C．

【点评】此题主要考查了估算无理数大小，正确把握最接近$\sqrt{19}$的有理数是解题关键．

7．（3分）计算$\frac{x+1}{x}-\frac{1}{x}$的结果为（　　）

A．1　　B．x　　C．$\frac{1}{x}$　　D．$\frac{x+2}{x}$

【考点】6B：分式的加减法．

【分析】根据同分母分式相加减，分母不变，分子相加减计算即可得解．

【解答】解：$\frac{x+1}{x}-\frac{1}{x}$

$=\frac{x+1-1}{x}$

$=1$．

故选：A．

【点评】本题考查了分式的加减运算，是基础题，熟练掌握运算法则是解题的关键．

8．（3分）方程$x^2+x-12=0$的两个根为（　　）

A．$x_1=-2$，$x_2=6$　　B．$x_1=-6$，$x_2=2$　　C．$x_1=-3$，$x_2=4$　　D．$x_1=-4$，$x_2=3$

【考点】A8：解一元二次方程－因式分解法．

【分析】将x^2+x-12分解因式成$(x+4)(x-3)$，解$x+4=0$或$x-3=0$即可得出结论．

【解答】解：$x^2+x-12=(x+4)(x-3)=0$，

则 $x+4=0$，或 $x-3=0$，

解得：$x_1=-4$，$x_2=3$．

故选：D．

【点评】本题考查了因式分解法解一元二次方程，解题的关键是将 x^2+x-12 分解成 $(x+4)(x-3)$．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，牢记因式分解法解一元二次方程的一般步骤是关键．

9．（3 分）实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，把 $-a$，$-b$，0 按照从小到大的顺序排列，正确的是（　　）

A．$-a<0<-b$　　B．$0<-a<-b$　　C．$-b<0<-a$　　D．$0<-b<-a$

【考点】29：实数与数轴；2A：实数大小比较．

【分析】根据数轴得出 $a<0<b$，求出 $-a>-b$，$-b<0$，$-a>0$，即可得出答案．

【解答】解：∵从数轴可知：$a<0<b$，

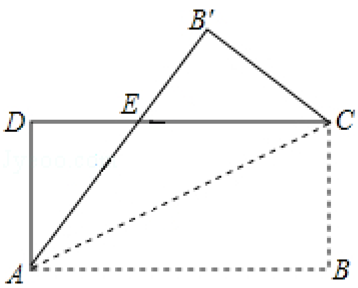
∴$-a>-b$，$-b<0$，$-a>0$，

∴$-b<0<-a$，

故选：C．

【点评】本题考查了数轴，有理数的大小比较的应用，能根据数轴得出 $-b<0<-a$，是解此题的关键．

10．（3 分）如图，把一张矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠，点 B 的对应点为 B'，AB' 与 DC 相交于点 E，则下列结论一定正确的是（　　）



A．$\angle DAB'=\angle CAB'$　　B．$\angle ACD=\angle B'CD$

C．$AD=AE$　　D．$AE=CE$

【考点】PB：翻折变换（折叠问题）．

【分析】根据翻折变换的性质可得 $\angle BAC=\angle CAB'$，根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle BAC=\angle ACD$，从而得到 $\angle ACD=\angle CAB'$，然后根据等角对等边可得 $AE=CE$，从

而得解．

【解答】解：∵矩形纸片$ABCD$沿对角线AC折叠，点B的对应点为B'，

∴$\angle BAC=\angle CAB'$，

∵$AB\parallel CD$，

∴$\angle BAC=\angle ACD$，

∴$\angle ACD=\angle CAB'$，

∴$AE=CE$，

所以，结论正确的是D选项．

故选：D．

【点评】本题考查了翻折变换的性质，平行线的性质，矩形的对边互相平行，等角对等边的性质，熟记各性质并准确识图是解题的关键．

11．（3分）若点A（－5，y_1），B（－3，y_2），C（2，y_3）在反比例函数$y=\frac{3}{x}$的图象上，则y_1，y_2，y_3的大小关系是（　　）

A．$y_1<y_3<y_2$　　B．$y_1<y_2<y_3$　　C．$y_3<y_2<y_1$　　D．$y_2<y_1<y_3$

【考点】G6：反比例函数图象上点的坐标特征．

【分析】直接利用反比例函数图象的分布，结合增减性得出答案．

【解答】解：∵点A（－5，y_1），B（－3，y_2），C（2，y_3）在反比例函数$y=\frac{3}{x}$的图象上，

∴A，B点在第三象限，C点在第一象限，每个图象上y随x的增大减小，

∴y_3一定最大，$y_1>y_2$，

∴$y_2<y_1<y_3$．

故选：D．

【点评】此题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特点，正确把握反比例函数增减性是解题关键．

12．（3分）已知二次函数$y=(x-h)^2+1$（h为常数），在自变量x的值满足$1\leqslant x\leqslant 3$的情况下，与其对应的函数值y的最小值为5，则h的值为（　　）

A．1或－5　　B．－1或5　　C．1或－3　　D．1或3

【考点】H7：二次函数的最值．

【分析】由解析式可知该函数在$x=h$时取得最小值1，$x>h$时，y随x的增大而增大；当$x<h$时，y随x的增大而减小；根据$1\leqslant x\leqslant 3$时，函数的最小值为5可分如下两种情况：①若$h<1\leqslant x\leqslant 3$，$x=1$时，$y$取得最小值5；②若$1\leqslant x\leqslant 3<h$，当$x=3$时，$y$取得最小值5，分别列出关于$h$的方程求解即可．

【解答】解：∵当$x>h$时，y随x的增大而增大，当$x<h$时，y随x的增大而减小，

∴①若$h<1\leqslant x\leqslant 3$，$x=1$时，$y$取得最小值5，

可得：$(1-h)^2+1=5$，

解得：$h=-1$或$h=3$（舍）；

②若$1\leqslant x\leqslant 3<h$，当$x=3$时，$y$取得最小值5，

可得：$(3-h)^2+1=5$，

解得：$h=5$或$h=1$（舍）；

③若$1<h<3$时，当$x=h$时，y取得最小值为1，不是5，

∴此种情况不符合题意，舍去．

综上，h的值为-1或5，

故选：B．

【点评】本题主要考查二次函数的性质和最值，根据二次函数的性质和最值分类讨论是解题的关键．

二、填空题：本大题共6小题，每小题3分，共18分

13．（3分）计算$(2a)^3$的结果等于__$8a^3$__．

【考点】47：幂的乘方与积的乘方．

【分析】根据幂的乘方与积的乘方运算法则进行计算即可．

【解答】解：$(2a)^3=8a^3$．

故答案为：$8a^3$．

【点评】本题考查了幂的乘方与积的乘方，解答本题的关键是掌握幂的乘方与积的乘方运算法则．

14．（3分）计算$(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$的结果等于__2__．

【考点】79：二次根式的混合运算．

【分析】先套用平方差公式，再根据二次根式的性质计算可得．

【解答】解：原式$=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2$

$=5-3$

$=2$，

故答案为：2．

【点评】本题考查了二次根式的混合运算的应用，熟练掌握平方差公式与二次根式的性质是关键．

15．（3分）不透明袋子中装有6个球，其中有1个红球、2个绿球和3个黑球，这些球除颜色外无其他差别，从袋子中随机取出1个球，则它是绿球的概率是__$\frac{1}{3}$__．

【考点】X4：概率公式．

【分析】由题意可得，共有6种等可能的结果，其中从口袋中任意摸出一个球是绿球的有2种情况，利用概率公式即可求得答案．

【解答】解：∵在一个不透明的口袋中有6个除颜色外其余都相同的小球，其中1个红球、2个绿球和3个黑球，

∴从口袋中任意摸出一个球是绿球的概率是$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

故答案为：$\frac{1}{3}$．

【点评】本题考查了概率公式，明确概率的意义是解答问题的关键，用到的知识点为：概率＝所求情况数与总情况数之比．

16．（3分）若一次函数$y=-2x+b$（b为常数）的图象经过第二、三、四象限，则b的值可以是__-1__（写出一个即可）．

【考点】F7：一次函数图象与系数的关系．

【分析】根据一次函数的图象经过第二、三、四象限，可以得出$k<0$，$b<0$，随便写出一个小于0的b值即可．

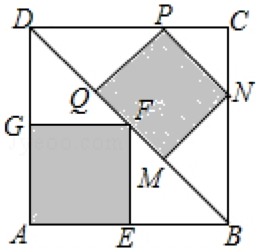
【解答】解：∵一次函数$y=-2x+b$（b为常数）的图象经过第二、三、四象限，

∴$k<0$，$b<0$．

故答案为：-1．

【点评】本题考查了一次函数图象与系数的关系，解题的关键是根据函数图象所过的象限找出它的系数的正负．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，能够熟练的运用一次函数图象与系数的关系是关键．

17．（3分）如图，在正方形$ABCD$中，点E，N，P，G分别在边AB，BC，CD，DA上，点M，F，Q都在对角线BD上，且四边形$MNPQ$和$AEFG$均为正方形，则$\frac{S_{正方形MNPQ}}{S_{正方形AEFG}}$的值等于__$\frac{8}{9}$__．



【考点】LE：正方形的性质．

【分析】根据辅助线的性质得到$\angle ABD=\angle CBD=45°$，四边形$MNPQ$和$AEFG$均为正方形，推出$\triangle BEF$与$\triangle BMN$是等腰直角三角形，于是得到$FE=BE=AE=\frac{1}{2}AB$，$BM=MN=QM$，同理$DQ=MQ$，即可得到结论．

【解答】解：在正方形$ABCD$中，

$\because \angle ABD=\angle CBD=45°$，

$\because$四边形$MNPQ$和$AEFG$均为正方形，

$\therefore \angle BEF=\angle AEF=90°$，$\angle BMN=\angle QMN=90°$，

$\therefore \triangle BEF$与$\triangle BMN$是等腰直角三角形，

$\therefore FE=BE=AE=\frac{1}{2}AB$，$BM=MN=QM$，

同理$DQ=MQ$，

$\therefore MN=\frac{1}{3}BD=\frac{\sqrt{2}}{3}AB$，

$\therefore \frac{S_{正方形MNPQ}}{S_{正方形AEFG}}=\frac{(\frac{\sqrt{2}}{3}AB)^2}{(\frac{1}{2}AB)^2}=\frac{8}{9}$，

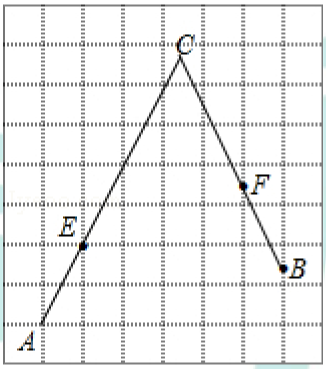
故答案为：$\frac{8}{9}$．

【点评】本题考查了正方形的性质，等腰直角三角形的性质，正方形的面积的计算，熟练掌握等腰直角三角形的性质是解题的关键．

18．（3 分）如图，在每个小正方形的边长为 1 的网格中，A，E 为格点，B，F 为小正方形边的中点，C 为 AE，BF 的延长线的交点．

（Ⅰ）AE 的长等于__$\sqrt{5}$__；

（Ⅱ）若点 P 在线段 AC 上，点 Q 在线段 BC 上，且满足 $AP=PQ=QB$，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 PQ，并简要说明点 P，Q 的位置是如何找到的（不要求证明）<u>AC 与网格线相交，得到 P，取格点 M，连接 AM，并延长与 BC 交于 Q，连接 PQ，则线段 PQ 即为所求</u>．



【考点】KQ：勾股定理；N4：作图—应用与设计作图．

【分析】（Ⅰ）根据勾股定理即可得到结论；

（Ⅱ）取格点 M，连接 AM，并延长与 BC 交于 Q，连接 PQ，则线段 PQ 即为所求．

【解答】解：（Ⅰ）$AE=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$；

故答案为：$\sqrt{5}$；

（Ⅱ）如图，AC 与网格线相交，得到 P，取格点 M，连接 AM，并延长与 BC 交于 Q，连接 PQ，则线段 PQ 即为所求．

故答案为：AC 与网格线相交，得到 P，取格点 M，连接 AM，并延长与 BC 交于 Q，连接 PQ，则线段 PQ 即为所求．

证明：以 A 为原点建立平面直角坐标系，

则 A（0，0），B（6，1.5），E（1，2），F（5，$\frac{7}{2}$），

∴直线 AE 的解析式 $y_{AE}=2x$，直线 BF 的解析式为 $y_{BF}=-2x+\frac{27}{2}$，

设 p（m，$2m$），Q（n，$-2n+\frac{27}{2}$）（$0<m<n<6$），

∴$AP^2=m^2+(2m)^2=5m^2$，$PQ^2=(m-n)^2+(2m+2n-\frac{27}{2})^2$

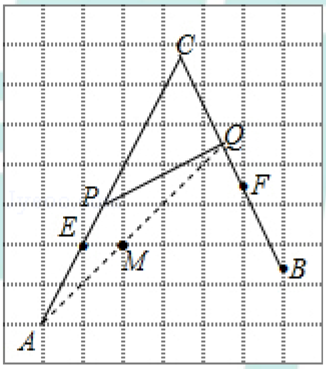
$BQ^2=(n-60^2+(-2n+12)^2=5(n-6)^2$，

∵$AP=PQ=BQ$，

∴$5m^2=5(n-6)^2=5n^2-54m-54n$，由 $5m^2=5(n-6)^2$ 得 $m=6-n$，$m=n-6$（舍去），

把 $m=6-n$ 代入得 $n=4.5$，$n=\frac{63}{2}$（舍去），

∴P（1.5，3），Q（4.5，4.5）．



【点评】本题考查了作图－应用与设计作图，勾股定理，正确的作出图形是解题的关键．

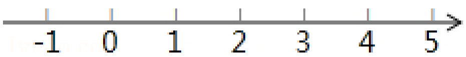
三、综合题：本大题共 7 小题，共 66 分

19.（8 分）解不等式 $\begin{cases} x+2\leqslant 6, & ① \\ 3x-2\geq 2x, & ② \end{cases}$，请结合题意填空，完成本题的解答．

（Ⅰ）解不等式①，得 <u>$x\leqslant 4$</u>；

（Ⅱ）解不等式②，得 <u>$x\geqslant 2$</u>；

（Ⅲ）把不等式①和②的解集在数轴上表示出来；



（Ⅳ）原不等式组的解集为 <u>$2\leqslant x\leqslant 4$</u>．

【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组．

【分析】分别求出各不等式的解集，再在数轴上表示出来即可．

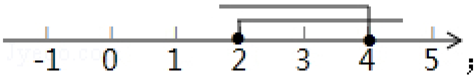
【解答】解：（I）解不等式①，得 $x\leqslant 4$．

故答案为：$x \leqslant 4$；

（II）解不等式②，得 $x \geqslant 2$．

故答案为：$x \geqslant 2$．

（III）把不等式①和②的解集在数轴上表示为：



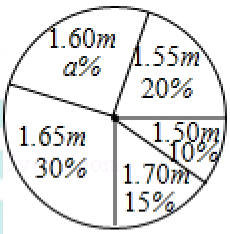
；

（IV）原不等式组的解集为：．

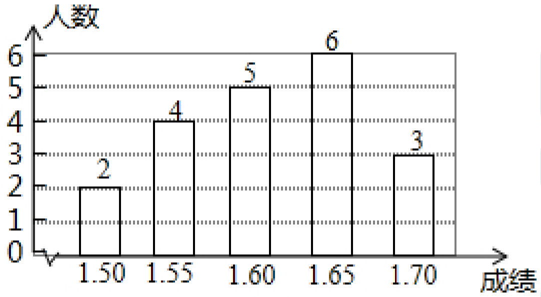
故答案为：$2 \leqslant x \leqslant 4$．

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

20．（8 分）在一次中学生田径运动会上，根据参加男子跳高初赛的运动员的成绩（单位：m），绘制出如下的统计图①和图②，请根据相关信息，解答下列问题：



图①



图②

（Ⅰ）图 1 中 a 的值为<u> 25 </u>；

（Ⅱ）求统计的这组初赛成绩数据的平均数、众数和中位数；

（Ⅲ）根据这组初赛成绩，由高到低确定 9 人进入复赛，请直接写出初赛成绩为 1.65m 的运动员能否进入复赛．

【考点】VB：扇形统计图；VC：条形统计图；W2：加权平均数；W4：中位数；W5：众数．

【分析】（Ⅰ）用整体 1 减去其它所占的百分比，即可求出 a 的值；

（Ⅱ）根据平均数、众数和中位数的定义分别进行解答即可；

（Ⅲ）根据中位数的意义可直接判断出能否进入复赛．

【解答】解：（Ⅰ）根据题意得：

$1-20\%-10\%-15\%-30\%=25\%$；

则 a 的值是 25；

故答案为：25；

（Ⅱ）观察条形统计图得：

$$\bar{x}=\frac{1.50\times2+1.55\times4+1.60\times5+1.65\times6+1.70\times3}{2+4+5+6+3}=1.61;$$

∵在这组数据中，1.65 出现了 6 次，出现的次数最多，

∴这组数据的众数是 1.65；

将这组数据从小到大排列，其中处于中间的两个数都是 1.60，

则这组数据的中位数是 1.60．

（Ⅲ）能；

∵共有 20 个人，中位数是第 10、11 个数的平均数，

∴根据中位数可以判断出能否进入前 9 名；

∵$1.65m>1.60m$，

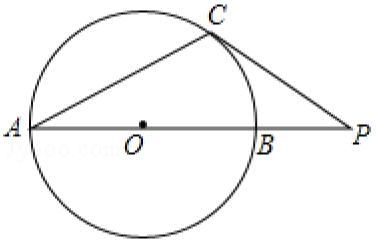
∴能进入复赛．

【点评】本题考查了众数、平均数和中位数的定义．用到的知识点：一组数据中出现次数最多的数据叫做这组数据的众数．将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数．

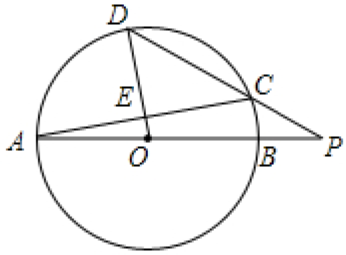
21．（10 分）在⊙O 中，AB 为直径，C 为⊙O 上一点．

（Ⅰ）如图 1．过点 C 作⊙O 的切线，与 AB 的延长线相交于点 P，若∠CAB＝27°，求∠P 的大小；

（Ⅱ）如图 2，D 为 $\widehat{AC}$ 上一点，且 OD 经过 AC 的中点 E，连接 DC 并延长，与 AB 的延长线相交于点 P，若∠CAB＝10°，求∠P 的大小．



图①



图②

【考点】MC：切线的性质．

【分析】（Ⅰ）连接 OC，首先根据切线的性质得到$\angle OCP=90°$，利用$\angle CAB=27°$得到$\angle COB=2\angle CAB=54°$，然后利用直角三角形两锐角互余即可求得答案；

（Ⅱ）根据 E 为 AC 的中点得到 $OD\perp AC$，从而求得$\angle AOE=90°-\angle EAO=80°$，然后利用圆周角定理求得$\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=40°$，最后利用三角形的外角的性质求解即可．

【解答】解：（Ⅰ）如图，连接 OC，

∵$\odot O$ 与 PC 相切于点 C，

∴$OC\perp PC$，即$\angle OCP=90°$，

∵$\angle CAB=27°$，

∴$\angle COB=2\angle CAB=54°$，

在 Rt△AOE 中，$\angle P+\angle COP=90°$，

∴$\angle P=90°-\angle COP=36°$；

（Ⅱ）∵E 为 AC 的中点，

∴$OD\perp AC$，即$\angle AEO=90°$，

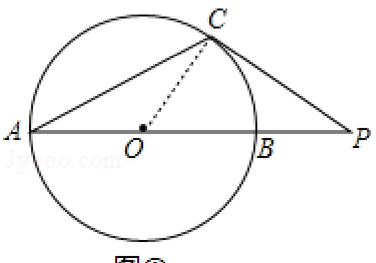
在 Rt△AOE 中，由$\angle EAO=10°$，

得$\angle AOE=90°-\angle EAO=80°$，

∴$\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=40°$，

∵$\angle ACD$ 是△ACP 的一个外角，

∴$\angle P=\angle ACD-\angle A=40°-10°=30°$．

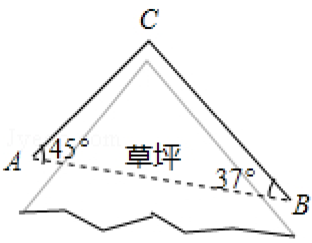


图①

【点评】本题考查了切线的性质，解题的关键是能够利用圆的切线垂直于经过切点的半径得到直角三角形，难度不大．

22．（10分）小明上学途中要经过A，B两地，由于A，B两地之间有一片草坪，所以需要走路线AC，CB，如图，在△ABC中，$AB=63m$，$\angle A=45°$，$\angle B=37°$，求AC，CB的长．（结果保留小数点后一位）

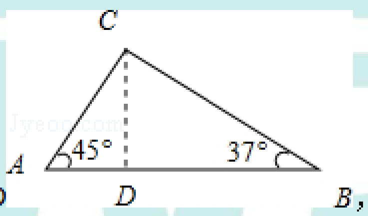
参考数据：$\sin37°\approx0.60$，$\cos37°\approx0.80$，$\tan37°\approx0.75$，$\sqrt{2}$取1.414．



【考点】T8：解直角三角形的应用．

【分析】根据锐角三角函数，可用CD表示AD，BD，AC，BC，根据线段的和差，可得关于CD的方程，根据解方程，可得CD的长，根据$AC=\sqrt{2}CD$，$CB=\dfrac{CD}{0.60}$，可得答案．

【解答】解：过点C作$CD\perp AB$垂足为D



，

在Rt△ACD中，$\tan A=\tan45°=\dfrac{CD}{AD}=1$，$CD=AD$，

$\sin A=\sin45°=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$AC=\sqrt{2}CD$．

在Rt△BCD中，$\tan B=\tan37°=\dfrac{CD}{BD}\approx0.75$，$BD=\dfrac{CD}{0.75}$；

$\sin B=\sin37°=\dfrac{CD}{BC}\approx0.60$，$CB=\dfrac{CD}{0.60}$．

∵$AD+BD=AB=63$，

∴$CD+\dfrac{CD}{0.75}=63$，

解得$CD\approx27$，

$AC=\sqrt{2}CD\approx1.414\times27=38.178\approx38.2$，

$CB=\frac{CD}{0.60}\approx\frac{27}{0.60}=45.0$，

答：AC 的长约为 $38.2m$，CB 的长约等于 $45.0m$．

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，利用线段的和差得出关于 CD 的方程是解题关键．

23．（10 分）公司有 330 台机器需要一次性运送到某地，计划租用甲、乙两种货车共 8 辆，已知每辆甲种货车一次最多运送机器 45 台、租车费用为 400 元，每辆乙种货车一次最多运送机器 30 台、租车费用为 280 元

（Ⅰ）设租用甲种货车 x 辆（x 为非负整数），试填写表格．

表一：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用的甲种货车最多运送机器的数量/台	135	315	$45x$
租用的乙种货车最多运送机器的数量/台	150	30	$-30x+240$

表二：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用甲种货车的费用/元	1200	2800	$400x$
租用乙种货车的费用/元	1400	280	$-280x+2240$

（Ⅱ）给出能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案，并说明理由．

【考点】FH：一次函数的应用．

【分析】（Ⅰ）根据计划租用甲、乙两种货车共 8 辆，已知每辆甲种货车一次最多运送机器 45 台、租车费用为 400元，每辆乙种货车一次最多运送机器 30 台、租车费用为 280 元

，可以分别把表一和表二补充完整；

（Ⅱ）由（Ⅰ）中的数据和公司有 330 台机器需要一次性运送到某地，可以解答本题．

【解答】解：（Ⅰ）由题意可得，

在表一中，当甲车 7 辆时，运送的机器数量为：$45\times7=315$（台），则乙车 $8-7=1$ 辆，运送的机器数量为：$30\times1=30$（台），

当甲车 x 辆时，运送的机器数量为：$45\times x=45x$（台），则乙车（$8-x$）辆，运送的机器数量为：$30\times(8-x)=-30x+240$（台），

在表二中，当租用甲货车3辆时，租用甲种货车的费用为：$400\times3=1200$（元），则租用乙种货车$8-3=5$辆，租用乙种货车的费用为：$280\times5=1400$（元），

当租用甲货车x辆时，租用甲种货车的费用为：$400\times x=400x$（元），则租用乙种货车$(8-x)$辆，租用乙种货车的费用为：$280\times(8-x)=-280x+2240$（元），

故答案为：表一：315，$45x$，30，$-30x+240$；

表二：1200，$400x$，1400，$-280x+2240$；

（Ⅱ）能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案是甲车6辆，乙车2辆，

理由：当租用甲种货车x辆时，设两种货车的总费用为y元，

则两种货车的总费用为：$y=400x+(-280x+2240)=120x+2240$，

又∵$45x+(-30x+240)\geqslant330$，解得$x\geqslant6$，

∵$120>0$，

∴在函数$y=120x+2240$中，y随x的增大而增大，

∴当$x=6$时，y取得最小值，

即能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案是甲种货车6辆，乙种货车2辆．

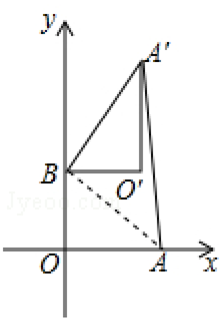
【点评】本题考查一次函数的应用，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，列出相应的方程和不等式．

24．（10分）在平面直角坐标系中，O为原点，点A（4，0），点B（0，3），把△ABO绕点B逆时针旋转，得△$A'BO'$，点A，O旋转后的对应点为A'，O'，记旋转角为α．

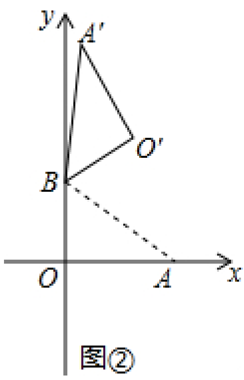
（Ⅰ）如图①，若α＝90°，求AA'的长；

（Ⅱ）如图②，若α＝120°，求点O'的坐标；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，边OA上的一点P旋转后的对应点为P'，当$O'P+BP'$取得最小值时，求点P'的坐标（直接写出结果即可）



图①



图②

【考点】RB：几何变换综合题．

【分析】（1）如图①，先利用勾股定理计算出$AB=5$，再根据旋转的性质得$BA=BA'$，

$\angle ABA'=90°$，则可判定$\triangle ABA'$为等腰直角三角形，然后根据等腰直角三角形的性质求AA'的长；

（2）作$O'H\perp y$轴于H，如图②，利用旋转的性质得$BO=BO'=3$，$\angle OBO'=120°$，则$\angle HBO'=60°$，再在Rt$\triangle BHO'$中利用含30度的直角三角形三边的关系可计算出BH和$O'H$的长，然后利用坐标的表示方法写出O'点的坐标；

（3）由旋转的性质得$BP=BP'$，则$O'P+BP'=O'P+BP$，作B点关于x轴的对称点C，连接$O'C$交x轴于P点，如图②，易得$O'P+BP=O'C$，利用两点之间线段最短可判断此时$O'P+BP$的值最小，接着利用待定系数法求出直线$O'C$的解析式为$y=\frac{5\sqrt{3}}{3}x-3$，从而得到$P(\frac{3\sqrt{3}}{5},0)$，则$O'P'=OP=\frac{3\sqrt{3}}{5}$，作$P'D\perp O'H$于$D$，然后确定$\angle DP'O'=30°$后利用含30度的直角三角形三边的关系可计算出$P'D$和$DO'$的长，从而可得到$P'$点的坐标．

【解答】解：（1）如图①，

∵点$A(4,0)$，点$B(0,3)$，

∴$OA=4$，$OB=3$，

∴$AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∵$\triangle ABO$绕点B逆时针旋转90°，得$\triangle A'BO'$，

∴$BA=BA'$，$\angle ABA'=90°$，

∴$\triangle ABA'$为等腰直角三角形，

∴$AA'=\sqrt{2}BA=5\sqrt{2}$；

（2）作$O'H\perp y$轴于H，如图②，

∵$\triangle ABO$绕点B逆时针旋转120°，得$\triangle A'BO'$，

∴$BO=BO'=3$，$\angle OBO'=120°$，

∴$\angle HBO'=60°$，

在Rt$\triangle BHO'$中，∵$\angle BO'H=90°-\angle HBO'=30°$，

∴$BH=\frac{1}{2}BO'=\frac{3}{2}$，$O'H=\sqrt{3}BH=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

∴$OH=OB+BH=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$，

∴O' 点的坐标为（$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$\frac{9}{2}$）；

（3）∵△ABO绕点B逆时针旋转120°，得△$A'BO'$，点P的对应点为P'，

∴$BP=BP'$，

∴$O'P+BP'=O'P+BP$，

作B点关于x轴的对称点C，连接$O'C$交x轴于P点，如图②，

则$O'P+BP=O'P+PC=O'C$，此时$O'P+BP$的值最小，

∵点C与点B关于x轴对称，

∴C（0，﹣3），

设直线$O'C$的解析式为$y=kx+b$，

把O'（$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$\frac{9}{2}$），C（0，﹣3）代入得$\begin{cases}\frac{3\sqrt{3}}{2}k+b=\frac{9}{2}\\ b=-3\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=\frac{5\sqrt{3}}{3}\\ b=-3\end{cases}$，

∴直线$O'C$的解析式为$y=\frac{5\sqrt{3}}{3}x-3$，

当$y=0$时，$\frac{5\sqrt{3}}{3}x-3=0$，解得$x=\frac{3\sqrt{3}}{5}$，则P（$\frac{3\sqrt{3}}{5}$，0），

∴$OP=\frac{3\sqrt{3}}{5}$，

∴$O'P'=OP=\frac{3\sqrt{3}}{5}$，

作$P'D\perp O'H$于D，

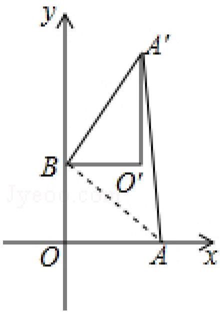
∵∠$BO'A'$=∠BOA=90°，∠$BO'H$=30°，

∴∠$DP'O'$=30°，

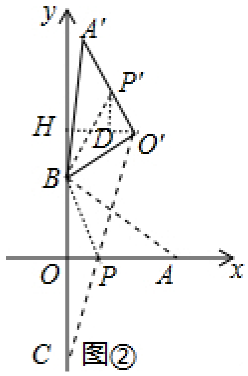
∴$O'D=\frac{1}{2}O'P'=\frac{3\sqrt{3}}{10}$，$P'D=\sqrt{3}O'D=\frac{9}{10}$，

∴$DH=O'H-O'D=\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{10}=\frac{6\sqrt{3}}{5}$，

∴P'点的坐标为（$\frac{6\sqrt{3}}{5}$，$\frac{27}{5}$）.



图①



图②

【点评】本题考查了几何变换综合题：熟练掌握旋转的性质；理解坐标与图形性质；会利用两点之间线段最短解决最短路径问题；记住含 30 度的直角三角形三边的关系．

25．（10 分）已知抛物线 C：$y=x^2-2x+1$ 的顶点为 P，与 y 轴的交点为 Q，点 F（1，$\frac{1}{2}$）．

（Ⅰ）求点 P，Q 的坐标；

（Ⅱ）将抛物线 C 向上平移得到抛物线 C'，点 Q 平移后的对应点为 Q'，且 $FQ'=OQ'$．

①求抛物线 C' 的解析式；

②若点 P 关于直线 $Q'F$ 的对称点为 K，射线 FK 与抛物线 C' 相交于点 A，求点 A 的坐标．

【考点】HF：二次函数综合题．

【分析】（Ⅰ）令 $x=0$，求出抛物线与 y 轴的交点，抛物线解析式化为顶点式，求出点 P 坐标；

（Ⅱ）①设出 Q'（0，m），表示出 $Q'H$，根据 $FQ'=OQ'$，用勾股定理建立方程求出 m，即可．

②方法一：根据 $AF=AN$，用勾股定理，$(x-1)^2+(y-\frac{1}{2})^2=(x^2-2x+\frac{5}{4})+y^2-y=y^2$，求出 $AF=y$，再求出直线 $Q'F$ 的解析式，即可．

方法二，先求出点 P 的对称点 K 的坐标（$\frac{37}{25}$，$\frac{16}{25}$），然后求出直线 FK 的解析式，再求出直线 FK 与抛物线的交点坐标（取右边一个交点）．

【解答】解：（Ⅰ）∵$y=x^2-2x+1=(x-1)^2$

∴顶点 P（1，0），

∵当 $x=0$ 时，$y=1$，

$\therefore Q(0,1)$,

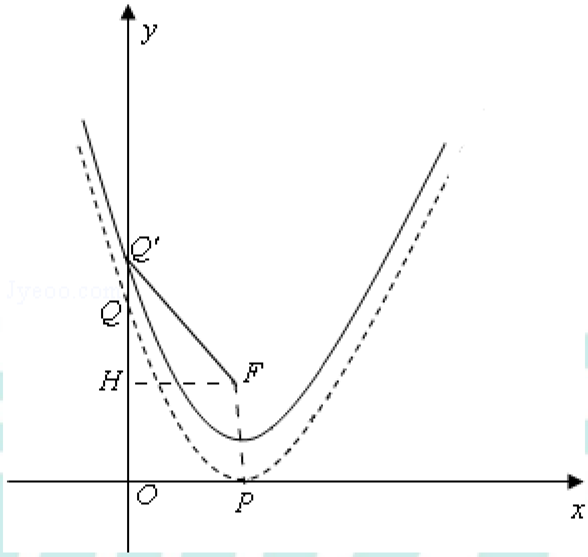
（Ⅱ）①设抛物线 C' 的解析式为 $y=x^2-2x+m$,

$\therefore Q'(0,m)$ 其中 $m>1$,

$\therefore OQ'=m$,

$\because F(1,\frac{1}{2})$,

过 F 作 $FH\perp OQ'$，如图：



$\therefore FH=1$，$Q'H=m-\frac{1}{2}$,

在 Rt△$FQ'H$ 中，$FQ'^2=(m-\frac{1}{2})^2+1=m^2-m+\frac{5}{4}$,

$\because FQ'=OQ'$,

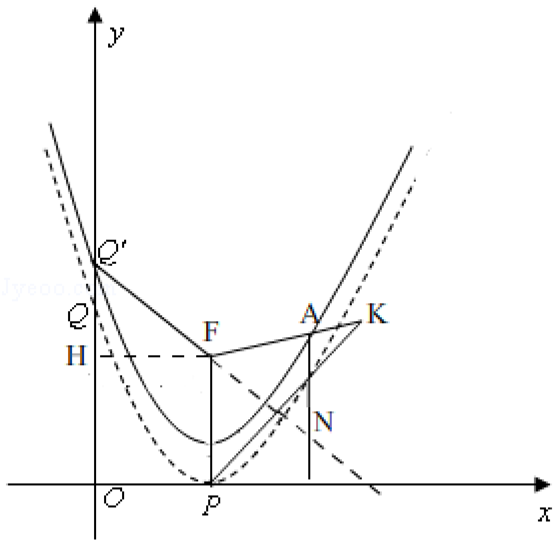
$\therefore m^2-m+\frac{5}{4}=m^2$,

$\therefore m=\frac{5}{4}$,

$\therefore$抛物线 C' 的解析式为 $y=x^2-2x+\frac{5}{4}$,

②方法一：设点 $A(x_0,y_0)$，则 $y_0=x_0^2-2x_0+\frac{5}{4}$①,

过点 A 作 x 轴的垂线，与直线 $Q'F$ 相交于点 N，则可设 $N(x_0, n)$，



$\therefore AN=y_0-n$，其中 $y_0>n$，

连接 FP，

$\because F(1, \frac{1}{2})$，$P(1, 0)$，

$\therefore FP\perp x$ 轴，

$\therefore FP\parallel AN$，

$\therefore \angle ANF=\angle PFN$，

连接 PK，则直线 $Q'F$ 是线段 PK 的垂直平分线，

$\therefore FP=FK$，有 $\angle PFN=\angle AFN$，

$\therefore \angle ANF=\angle AFN$，则 $AF=AN$，

$\because A(x_0, y_0)$，$F(1, \frac{1}{2})$，

$\therefore AF^2=(x_0-1)^2+(y_0-\frac{1}{2})^2=x_0^2-2x_0+1+y_0^2-y_0+\frac{1}{4}=x_0^2-2x_0+\frac{5}{4}+y_0^2-y_0=(x_0^2-2x_0+\frac{5}{4})+y_0^2-y_0$②

$\because y_0=x_0^2-2x_0+\frac{5}{4}$①，